Nochiziqli differensial tenglamalarda o‘zgaruvchan koeffitsiyentlarning yechim barqarorligiga ta’sirini baholashning takomillashtirilgan matematik usullari

Razzaqov Javoxir Davlatovich

Annotatsiya

Ushbu tezisda nochiziqli differensial tenglamalar nazariyasining muhim yo‘nalishlaridan biri – o‘zgaruvchan koeffitsiyentlarga ega tizimlarda yechimlar barqarorligini baholash masalasi ko‘rib chiqiladi. Zamonaviy fan va texnika taraqqiyoti murakkab dinamik jarayonlarni modellashtirishda o‘zgaruvchan parametrlarga ega nochiziqli tenglamalardan keng foydalanishni talab qilmoqda. Bunday tenglamalarda koeffitsiyentlarning vaqt yoki fazoga bog‘liq o‘zgarishi yechimlarning sifat xususiyatlariga, xususan, barqarorlik darajasiga sezilarli ta’sir ko‘rsatadi. Tezisda klassik Lyapunov usuli, taqqoslash usullari, sifat nazariyasi yondashuvlari va ularning o‘zgaruvchan koeffitsiyentli holatlarga moslashtirilgan takomillashtirilgan variantlari tahlil qilinadi. O‘zbekistonlik olimlarning ishlari asosida barqarorlikni baholashning samarali mezonlari va usullari umumlashtiriladi. Tadqiqot natijalari mexanika, biologiya, energetika va iqtisodiy modellashtirish sohalarida qo‘llanilishi mumkin bo‘lgan amaliy ahamiyatga ega xulosalar beradi. [1], [2], [3]

Kalit so‘zlar: nochiziqli differensial tenglamalar, o‘zgaruvchan koeffitsiyentlar, yechim barqarorligi, Lyapunov usuli, sifat nazariyasi, taqqoslash usuli, dinamik tizimlar, asimptotik barqarorlik.

Kirish

Differensial tenglamalar nazariyasi tabiiy va ijtimoiy jarayonlarni matematik modellashtirishning asosiy vositasi hisoblanadi. Real hayotda uchraydigan ko‘plab hodisalar – mexanik tebranishlar, biologik populyatsiyalar dinamikasi, elektr zanjirlari, iqtisodiy o‘sish modellari va energetika tizimlaridagi o‘tkinchi jarayonlar – ko‘pincha nochiziqli differensial tenglamalar orqali ifodalanadi. [4], [5] Bunday tenglamalarda koeffitsiyentlar doimiy emas, balki vaqt yoki fazoga bog‘liq o‘zgaruvchan bo‘lishi mumkin. O‘zgaruvchan koeffitsiyentlar tizimning xatti-harakatini murakkablashtiradi va yechimlarning barqarorligini baholashni qiyinlashtiradi.

Klassik barqarorlik nazariyasi asosan o‘zgarmas koeffitsiyentli chiziqli yoki nochiziqli tizimlar uchun ishlab chiqilgan. Lyapunovning ikkinchi usuli, lineerizatsiya usullari va fazoviy tahlil metodlari shu yo‘nalishda muhim o‘rin tutadi. [6], [7] Biroq o‘zgaruvchan koeffitsiyentlar holatida bu usullarni to‘g‘ridan-to‘g‘ri qo‘llash yetarli emas. Koeffitsiyentlarning o‘zgarishi yechimlarning asimptotik xususiyatlarini o‘zgartirishi, barqarorlik chegaralarini siljitishi yoki yangi bifurkatsiya hodisalarini keltirib chiqarishi mumkin. Shuning uchun o‘zgaruvchan koeffitsiyentlarning ta’sirini hisobga oluvchi takomillashtirilgan matematik usullarni ishlab chiqish dolzarb hisoblanadi.

O‘zbekistonlik matematiklar bu sohada sezilarli hissa qo‘shganlar. Differensial tenglamalar sistemalari nazariyasi, barqarorlik mezonlari va taqqoslash usullari bo‘yicha olib borilgan tadqiqotlar mavzuning nazariy asoslarini boyitgan. [8], [9] Ushbu tezisda mavjud usullarni umumlashtirish, ularning o‘zgaruvchan koeffitsiyentli nochiziqli tenglamalarga moslashtirilgan variantlarini tahlil qilish va amaliy qo‘llanish imkoniyatlarini baholash maqsad qilingan.

Asosiy qism

Nochiziqli differensial tenglamalarda yechim barqarorligi tushunchasi Lyapunov ma’nosida kichik buzilishlarga nisbatan tizimning muvozanat holatiga qaytish qobiliyatini anglatadi. O‘zgaruvchan koeffitsiyentlar mavjudligi holatida bu tushuncha yanada murakkablashadi, chunki tizim parametrlari vaqt o‘tishi bilan o‘zgarib, barqarorlik shartlarini dinamik tarzda o‘zgartirishi mumkin. [10]

Klassik yondashuvlardan biri Lyapunov funksiyasini qurish usulidir. Bu usulda ijobiy aniq funksiya tanlanadi va uning hosilasining manfiy aniqligi yoki manfiy bo‘lishi orqali barqarorlik isbotlanadi. O‘zgaruvchan koeffitsiyentli holatda Lyapunov funksiyasini tanlashda koeffitsiyentlarning o‘zgarish xususiyatlarini hisobga olish zarur. Ba’zi tadqiqotlarda o‘zgaruvchan parametrlarga bog‘liq bo‘lgan umumlashgan Lyapunov funksiyalari taklif etilgan. Bunday funksiyalar yordamida nafaqat lokal, balki global barqarorlik shartlarini ham aniqlash mumkin. [6], [11]

Taqqoslash usuli ham muhim ahamiyatga ega. Bu usulda murakkab nochiziqli tizimning yechimlari ma’lum bir soddaroq tizim yechimlari bilan taqqoslanadi. Agar soddaroq tizim barqaror bo‘lsa va ma’lum shartlar bajarilsa, asosiy tizim ham barqaror bo‘ladi. O‘zgaruvchan koeffitsiyentli tenglamalar uchun taqqoslash usuli koeffitsiyentlarning chegaralanganligi yoki monoton o‘zgarishi shartlari asosida

qo‘llaniladi. O‘zbekistonlik olimlarning ishlarida funktsional-differensial tenglamalar va kechikishli tizimlar uchun taqqoslash usulining yangi variantlari ishlab chiqilgan. [12]

Sifat nazariyasi yondashuvlari fazoviy tekislikdagi trayektoriyalarni tahlil qilishga asoslanadi. O‘zgaruvchan koeffitsiyentlar trayektoriyalarning shaklini o‘zgartirishi, yangi muvozanat nuqtalarini paydo qilishi yoki mavjudlarini yo‘qotishi mumkin. Bifurkatsiya hodisalari aynan shu jarayonlar bilan bog‘liq. Parametrlarning sekin o‘zgarishi natijasida tizim sifat jihatdan yangi holatga o‘tishi mumkin. Bu hodisalarni o‘rganishda o‘zgaruvchan koeffitsiyentlarning ta’sirini hisobga oluvchi maxsus mezonlar zarur. [7], [13]

O‘zgaruvchan koeffitsiyentli chiziqli sistemalar uchun fundamental yechimlar sistemasi va matritsa usullari ham qo‘llaniladi. Chiziqli holatda barqarorlik ko‘pincha xos qiymatlarning joylashuvi orqali aniqlanadi. O‘zgaruvchan koeffitsiyentlar holatida xos qiymatlar vaqtga bog‘liq bo‘ladi va barqarorlikni baholash uchun qo‘shimcha shartlar talab etiladi. Ba’zi ishlarda o‘zgaruvchan koeffitsiyentli sistemalar uchun asimptotik barqarorlikning yetarli shartlari keltirilgan. [8], [14]

Amaliy jihatdan energetika tizimlaridagi o‘tkinchi jarayonlar, biologik populyatsiya modellari va mexanik tebranishlar o‘zgaruvchan parametrlarga ega nochiziqli tenglamalar bilan tavsiflanadi. Bunday modellarda koeffitsiyentlarning o‘zgarishi tashqi ta’sirlar, muhit sharoitlari yoki ichki o‘zgarishlar bilan bog‘liq bo‘lishi mumkin. Barqarorlikni baholashning takomillashtirilgan usullari bu tizimlarning ishonchli ishlashini ta’minlashda muhim rol o‘ynaydi. [5], [15]

Muhokama

O‘zgaruvchan koeffitsiyentlarning yechim barqarorligiga ta’siri ikki tomonlama xususiyatga ega. Bir tomondan, ma’lum shartlarda o‘zgaruvchanlik barqarorlikni yaxshilashi mumkin, chunki tizim o‘zgaruvchan muhitga moslashadi. Boshqa tomondan, koeffitsiyentlarning tezkor yoki tartibsiz o‘zgarishi beqarorlikni kuchaytirishi, trayektoriyalarning tarqalishiga olib kelishi mumkin. Shuning uchun barqarorlikni baholashda koeffitsiyentlarning o‘zgarish tezligi, chegaralanganligi va silliqligi kabi xususiyatlarni hisobga olish zarur. [10], [11]

Mavjud usullarning kamchiliklari shundan iboratki, ular ko‘pincha aniq Lyapunov funksiyasini topishni talab qiladi yoki faqat lokal barqarorlikni ta’minlaydi. Takomillashtirilgan usullar esa umumiyroq mezonlar, taqqoslash tizimlari va sifat

tahlili yordamida global yoki yarimglobal barqarorlik shartlarini aniqlashga imkon beradi. O‘zbekistonlik tadqiqotchilarning ishlari bu yo‘nalishda muhim nazariy asos yaratgan. Xususan, differensial tenglamalar sistemalari nazariyasi va barqarorlik mezonlari bo‘yicha olib borilgan tadqiqotlar amaliy modellashtirish uchun qulay vositalarni taqdim etadi. [8], [9], [12]

Kelajakda bu usullarni sonli hisoblash usullari bilan uyg‘unlashtirish, kompyuter modellashtirish imkoniyatlarini kengaytirish va real tizimlar uchun moslashtirilgan algoritmlar ishlab chiqish muhim ahamiyatga ega. Shuningdek, kechikishli va funktsional-differensial tenglamalar holatlarida o‘zgaruvchan koeffitsiyentlar ta’sirini chuqurroq o‘rganish dolzarb hisoblanadi.

Xulosa va takliflar

Ushbu tezisda nochiziqli differensial tenglamalarda o‘zgaruvchan koeffitsiyentlarning yechim barqarorligiga ta’sirini baholashning takomillashtirilgan matematik usullari tahlil qilindi. Klassik Lyapunov usuli, taqqoslash usuli va sifat nazariyasi yondashuvlarining o‘zgaruvchan koeffitsiyentli holatlarga moslashtirilgan variantlari ko‘rib chiqildi. O‘zbekistonlik olimlarning ishlari asosida barqarorlikni baholashning samarali mezonlari umumlashtirildi.

Takliflar sifatida quyidagilar keltiriladi: o‘zgaruvchan koeffitsiyentli nochiziqli tizimlar uchun umumlashgan Lyapunov funksiyalarini qurish usullarini yanada rivojlantirish; taqqoslash usulini kechikishli va funktsional tenglamalarga kengaytirish; amaliy sohalarda (energetika, biologiya, mexanika) real ma’lumotlar asosida usullarni sinovdan o‘tkazish; sonli usullar bilan uyg‘unlashtirilgan algoritmlar ishlab chiqish. Bu yo‘nalishdagi tadqiqotlar murakkab dinamik tizimlarni chuqurroq tushunish va ularni boshqarish imkoniyatlarini kengaytirishga xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Latipov X.R. Differensial tenglamalarning sifat nazariyasi va uning tatbiqlari. – Toshkent: Fan, 1990. – 240 b.
2. Jonqobilov J.T. Chiziqli bo‘lmagan differensial tenglamalar va ularning barqarorlik nazariyasi // Tadqiqotlar. – 2025. – 75-son. – B. 138–145.
3. Xolyigitova M.N. Differensial tenglamalar sistemasi nazariyasidan ba’zi ma’lumotlar // Ilmiy sarchashmalar. – 2026. – 4-son. – B. 3–12.

4. Fayzullayeva Z.I. Zichlik va manba ega nochiziqlik tenglamalar sistemasini sonli yechish algoritmi // Development of Science. – 2025. – 12(5). – B. 269–276.
5. Safarov X.S., Xabibullayev A.X. Barqarorlikni baholash – barqarorlik mezonlari // Educational Research in Universal Sciences. – 2023. – 2(7). – B. 94–99.
6. Jonqobilov J.T. Nolinear differensial tenglamalar va ularning dinamik tizimlardagi roli // Oriental Renaissance. – 2026. – 6(3). – B. 206–211.
7. Mullajonov R.V., Abdugapparova Sh.N., Mirzaahmedova J.V. Stability solution of dynamical systems on a part of the variables // Scientific journal of the Fergana State University. – 2023. – 29(2).
8. Buranov J.I. Comparison method for stability problems of functional differential equations. – Toshkent: Matematika instituti, 2022. – 48 b.
9. Aripov M.M., Utebaev D. va boshq. On stability of nonlinear difference equations and some of their applications // Қарағанды университетінің хабаршысы. – 2024. – Vol. 115, no. 3. – P. 13–25.
10. Davlatov Sh.O. Stability of the finite element method for symmetric t-hyperbolic systems. – Toshkent, 2022. – 45 b.
11. Xusanov Dj.X., Berdiyorov F.Sh., Buranov J.I. Comparative method in stability problems // Бюллетень Института математики Узбекистана. – 2021.
12. Differensial tenglamalar. O‘quv dasturi. – Qo‘qon davlat universiteti, 2025. – 20 b.
13. Valijonova Sh. n-Tartibli chiziqli o‘zgarmas koeffitsiyentli bir jinsli bo‘lmagan differensial tenglamalarni aniqmas koeffitsiyentlar usulida yechish // VIII Respublika anjumani materiallari. – 2026. – 2-jild, 8-son.
14. Oddiy differensial tenglamalardan misol va masalalar to‘plami. – Jizzax, 2020. – 120 b.
15. Meleshkin G.A., Merkuryev G.V. Energosistema barqarorligi. – Toshkent, 2020. – 180 b.