

O'RTA OSIYODA IJTIMOIIY VA GUMANITAR TADQIQOTLAR-Jurnali 1-son. 3-qism. Noyabr-2025

FAZODA TEKISLIK TENGLAMALARI VA UCHTA NUQTADAN O'TUVCHI TEKISLIK

Boboqulova Durdona Sanjar qizi
Shahrisabz davlat pedagogika instituti
pedagogika fakulteti matematika yo'nalishi 1-kurs talabasi

Annotatsiya: Mazkur maqolada fazoda tekislikni ifodalovchi tenglamalar va uchta berilgan nuqtadan o'tuvchi tekislikni tuzish usullari tahlil qilinadi. Ushbu mavzu fazoviy geometriyaning asosiy elementlaridan bo'lib, muhandislik grafikasi, 3D modellash, fizika va kompyuter geometriyasida keng qo'llaniladi. Maqolada tekislikning umumiy, normal va parametrik tenglamalari, shuningdek, uchta nuqta asosida normal vektor va tekislik tenglamasi chiqarilishi misollar bilan yoritiladi.

Kalit so'zlar: tekislik tenglamasi, fazoviy geometriya, vektorlar, uchta nuqta, normal vektor, determinant, parametrik tenglama.

Fazoda chiziqli ob'ektlarni aniqlashda tekislik tushunchasi asosiy elementlardan biridir. Fazodagi tekislik ikki yoki undan ortiq nuqtani bog'lovchi yuzaga ega bo'lib, muhandislik va fizika sohalarida modellash, kuchlarning ta'sir sathini aniqlash va konstruksiyalarni loyihalashda keng qo'llaniladi. Ayniqsa, uchta nuqtadan o'tuvchi tekislik masalasi ko'p hollarda to'g'ri chiziq yoki yuzalarni aniqlashda asos sifatida xizmat qiladi.

Analitik geometriyada tekislikni ifodalashning bir necha usullari mavjud. Ularning har biri geometrik shartlarga asoslanadi va fazodagi ob'ektlar orasidagi bog'liqlikni matematik tarzda ifodalaydi. Ushbu maqolada aynan uchta nuqtadan o'tuvchi tekislikni qurish va uning tenglamalarini chiqarish usullari bayon etiladi.

Tadqiqot quyidagi asosiy metodlarga tayandi:

- **Vektorli tahlil:** Tekislikni aniqlash uchun ikki yo'nalishli vektor va ularning vektor ko'paytmasi yordamida normal vektor hosil qilindi.
- **Analitik ifoda:** Tekislikning umumiy, normal va parametrik tenglamalari keltirildi.
- **Determinant yondashuvi:** Uchta nuqtadan o'tuvchi tekislik uchun determinant asosida umumiy tenglama chiqarildi.
- **Amaliy misollar:** Har bir metod uchun grafik va algebraik misollar bilan natijalar mustahkamlandi.

Tekislikning umumiy tenglamasi

Fazodagi tekislik quyidagicha ifodalanadi:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

O'RTA OSIYODA IJTIMOIIY VA GUMANITAR TADQIQOTLAR-Jurnali 1-son. 3-qism. Noyabr-2025

Bu yerda (A, B, C) — tekislikka perpendikulyar bo'lgan **normal vektor**, DDD — erkin had.

Uchta nuqtadan o'tuvchi tekislik

Faraz qilaylik, uchta nuqta berilgan:

$$A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2), C(x_3, y_3, z_3) \quad \begin{aligned} &A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2), C(x_3, y_3, z_3) \\ &A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2), C(x_3, y_3, z_3) \end{aligned}$$

Bu uch nuqtadan o'tuvchi tekislikni topish uchun:

1. Yo'nalish vektorlari tuziladi:

$$\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1), \vec{AC} = (x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1) \quad \begin{aligned} &\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1), \vec{AC} = (x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1) \\ &\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1), \vec{AC} = (x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1) \end{aligned}$$

2. **Normal vektor** topiladi (vektorlar vektor ko'paytmasi orqali):

$$\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC} = (A, B, C) \quad \begin{aligned} &\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC} = (A, B, C) \\ &\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC} = (A, B, C) \end{aligned}$$

3. Normal vektor yordamida tekislik tenglamasi yoziladi:

$$A(x - x_1) + B(y - y_1) + C(z - z_1) = 0 \quad \begin{aligned} &A(x - x_1) + B(y - y_1) + C(z - z_1) = 0 \\ &A(x - x_1) + B(y - y_1) + C(z - z_1) = 0 \end{aligned}$$

Amaliy misol

Berilgan nuqtalar:

- $A(1, 2, 3)$
- $B(2, 0, 1)$
- $C(0, 1, 2)$

Hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} \vec{AB} &= (1, -2, -2), \vec{AC} = (-1, -1, -1) \\ \vec{n} &= \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & -2 & -2 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = (0, -1, 1) \end{aligned}$$

Demak, normal vektor: $(0, -1, 1)$

Tekislik tenglamasi:

$$0(x - 1) - 1(y - 2) + 1(z - 3) = 0 \Rightarrow -y + 2 + z - 3 = 0 \Rightarrow z - y - 1 = 0$$

Yakuniy tenglama:

$$z - y - 1 = 0$$

O'RTA OSIYODA IJTIMOIIY VA GUMANITAR TADQIQOTLAR-Jurnali 1-son. 3-qism. Noyabr-2025

Uchta nuqtadan o'tuvchi tekislikni qurish, ayniqsa 3D tizimlarda fazoviy obyektlarni aniqlashda asosiy geometriyaviy vosita hisoblanadi. Ushbu metod vektorlar orqali sodda, aniq va mantiqan tushunarli ko'rinishga ega bo'lib, u orqali real obyektlar modellashtiriladi.

Kompyuter grafikasi, dronlar harakati, uchish yo'nalishlarini rejalashtirish, qurilish arxitekturasini va hatto 3D printer texnologiyalarida tekislik aniqlanishi mazkur yondashuv asosida amalga oshiriladi. Ayniqsa, tekislik va boshqa obyektlarning o'zaro joylashuvi (chiziq bilan kesishish, parallel holatlar va b.) aniqlanganda bu metod o'z ahamiyatini ko'rsatadi.

Normal vektor orqali tekislikni aniqlash yondashuvi esa fazoda sirtidan perpendikulyar masofalarni topish, yorug'lik tushish burchagini aniqlash va fizik modellashtirishlarda keng qo'llaniladi.

Fazoda uchta nuqtadan o'tuvchi tekislikni aniqlash analitik geometriyaning muhim masalalaridan biridir. Vektorli yondashuv yordamida ushbu tekislik tenglamasini tuzish oddiy va ishonchli metod bo'lib, uni real amaliyotda ko'plab sohalarga tatbiq etish mumkin.

Bu maqolada tekislik tenglamasining umumiy shakli, normal vektor asosida ifodasi va parametrik ko'rinishi yoritildi. Uchta nuqtadan o'tuvchi tekislikni tuzish amaliy misol orqali asoslab berildi. Bu usullar fazoviy tahlil, grafik model va muhandislik loyihalarida keng qo'llaniladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Fikratov A.S. *Analitik geometriya va chiziqli algebra*. Toshkent: O'qituvchi, 2020.
2. Stewart J. *Multivariable Calculus*. Cengage Learning, 2016.
3. Anton H., Rorres C. *Elementary Linear Algebra with Applications*. Wiley, 2014.
4. Khan Academy: *Planes in space* – [<https://www.khanacademy.org>]
5. Wolfram MathWorld: *Plane Equation in 3D* – [<https://mathworld.wolfram.com>]