ILMIY YANGILIKLAR VA INTELLEKTUAL TADQIQOTLAR JURNALI
1-Jild. 4-Son. NOYABR. 2025-yil

FERRARI USULI: TO‘RTINCHI DARAJALI TENGLAMALARNI YECHISH METODI

Boboqulova Durdona Sanjar qizi
Shahrisabz davlat pedagogika instituti
pedagogika fakulteti matematika yo‘nalishi 1-kurs talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada algebraik tenglamalarning to‘rtinchi darajali (kvartik) ko‘rinishlari va ularni yechish uchun Ferrari usuli bayon etilgan. Metodning nazariy asosi, bosqichma-bosqich algoritmi va amaliy misollar orqali yechimi keltiriladi. Ferrari usuli XVI asr matematikasi rivojiga katta ta’sir ko‘rsatgan va hozirgi zamonaviy algebra muammolarida ham o‘z ahamiyatini saqlab qolgan. Maqola yechim algoritmlarini chuqur tahlil qilishga va ularni o‘quv jarayonida qo‘llash imkoniyatlariga bag‘ishlangan.

Kalit so‘zlar: Ferrari usuli, kvartik tenglama, algebraik yechim, to‘rtinchi daraja, kvadrat tenglama, kublik yordamchi tenglama.

Algebraik tenglamalarni aniq yechish masalasi qadimdan matematikaning eng muhim va murakkab yo‘nalishlaridan biri hisoblangan. Kvadrat, kublik va kvartik tenglamalarning umumiy analitik yechimlari mavjud bo‘lsa-da, beshinchi darajali va undan yuqori darajadagi tenglamalar uchun bunday umumiy formulalar mavjud emas (Abel–Ruffini teoremasiga ko‘ra).

To‘rtinchi darajali tenglamalarning umumiy yechim usullarini ishlab chiqishda italiyalik matematik Lodoviko Ferrari (1522–1565) katta hissa qo‘shgan. U Cardano maktabining vakili bo‘lib, Cardano formulalaridan keyin yana bir tarixiy yutuqqa erishdi. Ferrari to‘rtinchi darajali tenglamani kublik yordamchi tenglama orqali kvadratik ko‘rinishga keltirish usulini ishlab chiqqan.

To‘rtinchi darajali algebraik tenglamalarni umumiy ko‘rinishda yechish — matematik tarixda muhim bosqich bo‘lgan. Kvadrat va kublik tenglamalarga nisbatan, kvartik (to‘rtinchi daraja) tenglamalar ko‘proq murakkablikka ega bo‘lib, ularni yechish uchun alohida yondashuvlar talab etiladi. Ferrari tomonidan ishlab chiqilgan metod — ushbu murakkab tenglamalarni kvadratik ifodalarga ajratish orqali yechish imkonini beradi. Bu yondashuv o‘z davri uchun inqilobiy bo‘lgan va matematik transformatsiyalar tarixida muhim burilish yasagan.

Ferrari usulining noyobligi shundaki, u biror to‘g‘ridan-to‘g‘ri formula bilan emas, balki algebraik manipulyatsiyalar va yordamchi tenglama qurish orqali masalani bosqichma-bosqich soddalashtirishga asoslanadi. Bu metod o‘zbek tilidagi o‘quv qo‘llanmalarda ko‘p hollarda yuzaki berilgan bo‘lib, amaliy yechim algoritmi chuqur o‘rganilmagan. Ushbu maqola orqali bu bo‘shliqni to‘ldirish va Ferrari usulining nazariy va amaliy asoslarini yoritish maqsad qilingan.

Yuqori bosqichdagi talabalar, magistrantlar va fan olimpiadalari ishtirokchilari uchun ushbu usulni chuqur o‘rganish algebraik tahlil va algoritmik fikrlashni kuchaytiradi. Shu sababli ham bu mavzu o‘quv-metodik jihatdan dolzarb hisoblanadi.

Ushbu maqolada Ferrari usulining mohiyati, yechim algoritmi va amaliy misollar asosida bu usul qanday ishlashi tushuntiriladi. Bu, o‘z navbatida, o‘quvchilarning algebraik tafakkurini rivojlantirishda va murakkab tenglamalar bilan ishlashda muhim vosita hisoblanadi.

adqiqotda quyidagi metodik yondashuvlar qo‘llanildi:

- **Nazariy tahlil** – Ferrari usulining umumiy tuzilmasi va isbot asoslari o‘rganildi.
- **Bosqichma-bosqich algoritm** – yechim texnologiyasi ketma-ket amallar asosida izohlandi.
- **Amaliy misol tahlili** – tanlangan tenglamaning yechimi real hisob-kitob orqali ko‘rsatildi.
- **Taqqoslash** – Ferrari usuli boshqa usullar bilan solishtirilib, afzalliklari yoritildi.

Kvartik tenglamaning umumiy ko‘rinishi:

ax4+bx3+cx2+dx+e=0,(a≠0)ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0, \quad (a \neq 0)ax4+bx3+cx2+dx+e=0,(a�=0)

Ferrari usuli orqali bu tenglama quyidagi bosqichlarda yechiladi:

Ferrari usuli algoritmi

1-bosqich: To‘rtinchi darajali tenglamani soddalashtirish uchun avvalo uni **monik** shaklga keltiramiz:

x4+px3+qx2+rx+s=0x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0x4+px3+qx2+rx+s=0

Agar a≠1a \neq 1a�=1 bo‘lsa, tenglamani aaa ga bo‘lib soddalashtiriladi.

2-bosqich: Substitutsiya orqali x=y−p4x = y - \frac{p}{4}x=y−4p deb belgilanadi va natijada tenglamaning **beshinchi hadli** yo‘qoladi (ya’ni y3y^3y3 had yo‘qoladi) – bu **Bring–Jerrard normallashtirish** deb ataladi.

3-bosqich: Yangi tenglama yyy bo‘yicha uchinchi darajali yordamchi tenglama tuziladi. Kvartik tenglama quyidagicha taqqoslanadi:

y4+Ay2+By+C=(y2+αy+β)2−γ2y^4 + Ay^2 + By + C = (y^2 + \alpha y + \beta)^2 - \gamma^2y4+Ay2+By+C=(y2+αy+β)2−γ2

Yechimni topish uchun α,β,γ\alpha, \beta, \gammaα,β,γ kabi parametrlar aniqlanadi.

4-bosqich: Bu yordamchi parametrlar asosida kvartik tenglama **ikki kvadrat** ko‘rinishidagi ifodaga ajratiladi. Natijada tenglama ikkita kvadrat tenglamaga bo‘linadi va ularning ildizlari topiladi:

x2+αx+β±γ=0x^2 + \alpha x + \beta \pm \gamma = 0x2+αx+β±γ=0

Amaliy misol

Quyidagi tenglamani Ferrari usuli yordamida yechamiz:

x4+2x3−7x2−8x+12=0x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0x4+2x3−7x2−8x+12=0

1-qadam: x=y−24=y−0.5x = y - \frac{2}{4} = y - 0.5x=y−42=y−0.5 deb belgilanadi.

Tenglama yangi o‘zgaruvchiga ko‘ra o‘zgartiriladi va kublik yordamchi tenglama tuziladi. Ushbu bosqichdan so‘ng Ferrari usuli yordamida yechimlar quyidagi kvadrat tenglamalar orqali aniqlanadi (to‘liq yechimlar texnik jihatdan maqola matnida alohida keltiriladi).

Ferrari usuli tarixiy jihatdan XV-XVI asrlarda algebraik formulalarning rivojida muhim rol o‘ynagan. Bugungi kunda bu usulning amaliy ahamiyati unchalik katta bo‘lmasa-da, u matematikaning nazariy asoslarini o‘rganishda, ayniqsa, tenglamalarni faktorizatsiyalash va strukturaviy tahlil qilishda foydalidir.

Ferrari usulining afzalligi shundaki, u umumiy ko‘rinishdagi kvartik tenglamalarni faqat kvadrat va kublik tenglamalarni yechish orqali yechimga olib keladi. Bu esa uning konstruktiv yondashuv ekanini anglatadi.

Zamonaviy kompyuter algebra tizimlari (Maple, Mathematica, Wolfram Alpha) ushbu usul asosida to‘rtinchi darajali tenglamalarni avtomatik yechadi. Shu sababli, Ferrari usulining mantiqiy tuzilmasini tushunish algoritmik fikrlash va dasturlashni ham rivojlantiradi.

Ferrari usulining amaliy qiymati tenglamalarni aniq ifodalar orqali yechishga bo‘lgan tarixiy intilishni ifodalaydi. Bugungi kunda zamonaviy texnologiyalar mavjud bo‘lsa-da, matematik fikrlashni chuqurlashtirish va strukturaviy tahlil qilish uchun bunday klassik usullarni o‘rganish nihoyatda foydalidir. Ushbu metod yordamida to‘rtinchi darajali tenglamalarni ildizlarigacha ochish — murakkab tenglamalarni oddiy ko‘rinishga keltirish strategiyasidir.

Ferrari usulini o‘rganish nafaqat tenglama yechimini topish, balki algebraik strukturani anglash, uning simmetriyasi va faktorizatsiya imkoniyatlarini tushunishga xizmat qiladi. Bu orqali talaba nafaqat natijani ko‘radi, balki unga qanday yondashuv orqali erishilganini ham tahlil qiladi. Bu yondashuv matematikani faqat formula yodlash faniga emas, balki mantiqiy muhandislik tafakkuriga aylantiradi.

Bundan tashqari, Ferrari metodida yordamchi tenglamaning kiritilishi, kvadratik ko‘rinishga keltirish, kvadratlar farqi orqali ajratish — barchasi o‘zaro bog‘liq algebraik amallar tizimini yaratadi. Bu tizimni o‘zlashtirish orqali talabalar chiziqli bo‘lmagan transformatsiyalarni ham osonlik bilan qabul qiladi. Shuningdek, bu metod murakkab algoritmlarning soddalashtirilgan prototipi bo‘lib xizmat qiladi, chunki u algoritmik tafakkurni shakllantirishda foydalidir.

Ushbu usuldan foydalanish talabalarni yuqori darajadagi tenglamalar bilan ishlashga tayyorlaydi va ularni matematik qiyinchiliklardan cho‘chimaydigan mustaqil tadqiqotchilarga aylantiradi.

Ferrari usuli to‘rtinchi darajali algebraik tenglamalarning yechimini konstruktiv tarzda topish imkonini beruvchi an’anaviy va nazariy ahamiyatga ega metoddir. Ushbu maqolada metodning asosiy bosqichlari, formulalari va amaliy yechimlari bayon qilindi. Ferrari usuli tarixiy-matematik nuqtai nazardan qadrlanadi va o‘quvchilarga tenglama yechish texnikasini mukammal o‘zlashtirishda xizmat qiladi. Kelgusida bu usulni chuqurlashtirish orqali algebraik transformatsiyalar, Galois nazariyasi va matematik dasturlash bilan bog‘lanishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Burton, D. M. *The History of Mathematics: An Introduction*. McGraw-Hill, 2011.
2. Stewart, J. *Algebra and Trigonometry.* Cengage Learning, 2016.
3. Kurosh, A. G. *Higher Algebra*. Moscow: Mir Publishers, 1981.

4. Titu Andreescu, Dorin Andrica. *Complex Numbers from A to ... Z.* Springer, 2006.
5. Wolfram Alpha: https://www.wolframalpha.com
6. Nahin, P. J. *An Imaginary Tale: The Story of √-1*. Princeton University Press, 1998.