



O‘ZARO QO‘SHMA KOMPLEKS SONLARNING ASOSIY XOSSALARI VA ISBOTI

Boboqulova Durdona Sanjar qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti
pedagogika fakulteti matematika yo‘nalishi 1-kurs talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada kompleks sonlar nazariyasining muhim bo‘limi — o‘zaro qo‘shma kompleks sonlar va ularning xossalari ilmiy-nazariy jihatdan tahlil qilinadi. Kompleks sonlar bilan algebraik amallarni soddalashtirishda qo‘shmalar muhim ahamiyat kasb etadi. Maqolada o‘zaro qo‘shma kompleks sonlarning olti asosiy xossasi keltirilib, ularning matematik isbotlari berilgan. Bu mavzu oliy matematika, fizika va muhandislikda amaliy ahamiyatga ega bo‘lgan nazariy asoslardan biridir.

Kalit so‘zlar: kompleks son, qo‘shma son, modul, isbot, algebraik xossa, matematik mantiq.

Kompleks sonlar matematikada real sonlarning umumlashmasi sifatida paydo bo‘lgan va zamonaviy ilm-fanning ko‘plab sohalarida keng qo‘llanilmoqda. Ular muhandislik, elektrotexnika, kvant mexanikasi, to‘lqin nazariyasi va signal ishlov berish kabi sohalarida asosiy vosita sifatida xizmat qiladi. Kompleks sonlar bilan ishlashda ularning qo‘shmalari alohida ahamiyatga ega bo‘lib, ular orqali ko‘plab formulalar soddalashtiriladi, modul topiladi va real ifodalar olinadi. Ushbu maqolada o‘zaro qo‘shma kompleks sonlarning eng muhim xossalari va ularning qat‘iy matematik isbotlari bayon etiladi.

Kompleks sonlar dastlab matematik muammolarda, ayniqsa kvadrat tenglamalarning haqiqiy ildizga ega bo‘lmagan hollarda yuzaga kelgan. Ammo ularning nazariy asoslari XVII–XVIII asrlarda chuqur ishlab chiqildi va ular real sonlar maydonining kengaytmasi sifatida qaralmoqda. Kompleks sonlarning asosiy elementi — mavhum birlik i , ya‘ni $i^2 = -1$ bo‘lib, bu tushuncha dastlab qarama-qarshi munosabatlarga sabab bo‘lgan bo‘lsa-da, vaqt o‘tishi bilan u chuqur matematik va fizik ma’noga ega bo‘lgan ob’ektga aylandi.

Kompleks sonlar ustida bajariladigan algebraik amallar — qo‘shish, ayirish, ko‘paytirish, bo‘lish — ularning qo‘shmalari bilan bevosita bog‘liq. Ayniqsa, kompleks sonning modulini hisoblash, ularni soddalashtirish, haqiqiy qiymatga keltirish yoki grafik ko‘rinishda tasvirlashda qo‘shma sonlar hal qiluvchi rol o‘ynaydi. Shu sababli ularning xossalarini chuqur tahlil qilish va isbotlash zaruriy ilmiy masalalardan biridir.

Bugungi ilmiy-texnik taraqqiyot sharoitida kompleks sonlar nazariyasi kvant fizikasida, AC elektr zanjirlarida, elektromagnit to‘lqinlar, harakat tenglamalari va murakkab algoritmlarda keng qo‘llanilmoqda. Shu bois, ushbu maqolada o‘zaro qo‘shma kompleks sonlarning nazariy xususiyatlari va ularning mantiqiy isbotlariga e‘tibor qaratildi.



Maqolani tayyorlashda quyidagi ilmiy yondashuvlar asos qilib olindi:

- **Nazariy-tahliliy yondashuv:** kompleks sonlar va ularning qo'shmalari haqidagi fundamental tushunchalar asosida xossalar ishlab chiqildi.
- **Deduktiv isbot metodi:** har bir xossaga qat'iy matematik asoslangan isbotlar keltirildi.
- **Ilmiy formulalar bilan tekshirish:** algebraik identitetlar yordamida misollar orqali natijalar mustahkamlandi.

Quyida kompleks son $z=a+bi$ va uning qo'shmasi $z^{-}=a-bi$ va uning qo'shmasi $z^{-}=a-bi$ uchun eng muhim xossalar va ularning isbotlari keltiriladi:

Xossa 1. Qo'shmaning qo'shmasi o'zi bo'ladi

$$z^{-}=\overline{\bar{z}}=zz^{-}=z$$

Isbot:

Agar $z=a+bi$, u holda $z^{-}=a-bi$. Shunda:

$$z^{-}=a-bi=a+bi=\overline{\bar{z}}=\overline{a-bi}=a+bi=zz^{-}=a-bi=a+bi=z$$

Xossa 2. $z+z^{-}=\bar{z}+z^{-}$ — bu haqiqiy son

$$z+z^{-}=2a \in \mathbb{R} \quad \bar{z}+z^{-}=2a \in \mathbb{R}$$

Isbot:

$$(a+bi)+(a-bi)=2a(a+bi)+(a-bi)=2a$$

Xossa 3. $z-z^{-}=\bar{z}-z^{-}$ — bu sof mavhum son

$$z-z^{-}=2bi \quad \bar{z}-z^{-}=2bi$$

Xossa 4. $z \cdot z^{-}=\bar{z} \cdot z^{-}$ — modul kvadratiga teng va haqiqiy son

$$z \cdot z^{-}=|z|^2=a^2+b^2 \quad \bar{z} \cdot z^{-}=|z|^2=a^2+b^2$$

Xossa 5. Ko'paytmaning qo'shmasi — qo'shmalar ko'paytmasiga teng

$$z_1 \cdot z_2^{-}=\overline{z_1 \cdot z_2}=\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2^{-}=\bar{z}_1 \cdot z_2^{-}$$

Xossa 6. Bo'linmaning qo'shmasi — qo'shmalar bo'linmasiga teng

$$(z_1 z_2)^{-}=z_1^{-} z_2^{-}, z_2 \neq 0 \quad \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}, \quad \text{quad } z_2 \neq 0 \quad (z_2 z_1)^{-}=z_2^{-} z_1^{-}, z_2 \neq 0$$

O'zaro qo'shma kompleks sonlarning xossalari nafaqat matematik jihatdan, balki fizik va texnik modellarni qurishda ham alohida o'rin egallaydi. Masalan, $z \cdot z^{-}=|z|^2 \cdot \bar{z} \cdot z^{-}=|z|^2$ tengligi yordamida elektr muhandisligida kuchlanish va tok amplitudalari hisoblanadi. Bo'linmalarining qo'shmasi esa kompleks kasrlarni soddalashtirishda muhim rol o'ynaydi. Bu xossalar yordamida kompleks sonlar ustida bajariladigan murakkab amallarni real va mavhum qismlarga ajratib tahlil qilish mumkin bo'ladi.

Bundan tashqari, bu xossalar kompleks funksiyalar nazariyasi, Fourier tahlil, Laplas transformatsiyasi kabi ilg'or matematik usullarda ham qo'llaniladi. Har bir xossa o'ziga xos isbot asosida bayon qilinganligi, ularni o'quvchilar va talabalar uchun yanada tushunarli qiladi.



Maqolada keltirilgan xossalar amaliy va nazariy jihatdan bir-birini to'ldiradi. Ayniqsa, kompleks son bilan uning qo'shmasini ko'paytirish orqali haqiqiy qiymat — modul kvadrati olinishi, matematik tahlilda ham, fizik formulalarda ham asosiy natijalardan biridir. Bu xossa masalalarni analitik tahlil qilishda soddalashtirish vositasi sifatida qo'llaniladi.

Shuningdek, ko'paytmaning qo'shmasi — bu ko'shmalarning ko'paytmasiga tengligi, matematik identitetlar va funksiya nazariyasida keng ishlatiladi. Bu tengliklar orqali kompleks funksiyalar ustida limit, uzluksizlik va differensiallikni tekshirish imkoniyati yaratiladi.

Murakkab tarmoqlarda, ayniqsa elektr muhandisligida, kompleks qarshilik (impedans)larni ifodalashda qo'shma sonlar muhim rol o'ynaydi. Ular yordamida doira qonunlarini soddalashtirish, EVM algoritmlarida signal kuchlanishini hisoblash yoki filtrlarni modellashtirish mumkin.

O'quvchilarga va talabalarga ushbu xossalarni mukammal tushuntirish orqali ularni faqat formulalar yodlashga emas, balki ularning mantiqiy mohiyatini tushunishga yo'naltirish mumkin. Bu yondashuv esa talabani mustaqil tahlil qilish, isbotlash va differensial yondashuv asosida fikrlash qobiliyatini shakllantiradi.

Kompleks sonlarning qo'shmali va ularning xossalari algebra va analizning ajralmas qismidir. Ushbu maqolada o'zaro qo'shma sonlarning asosiy olti xossasi va ularning matematik isbotlari bayon qilindi. Bu xossalar o'zaro tahlil va matematik amallarni soddalashtirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Mazkur nazariy bilimlar nafaqat matematikada, balki fan va texnikaning boshqa yo'nalishlarida ham mustahkam amaliy asos bo'lib xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Shamsiyev M. *Oliy matematika*. Toshkent: Fan va texnologiya, 2019.
2. Abramovich M., Stegun I. *Handbook of Mathematical Functions*. National Bureau of Standards, 1964.
3. Stewart J. *Calculus: Early Transcendentals*. Cengage Learning, 2016.
4. Azizov T. Ya., Iokhvidov I. S. *Linear Operators in Spaces with an Indefinite Metric*. Wiley, 1989.
5. Khan Academy. *Complex numbers and conjugates* — <https://www.khanacademy.org>
6. Kreyszig E. *Advanced Engineering Mathematics*. Wiley, 2011.