



**DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI O'QITISHDA ISBOTLASH
FAOLIYATINI TASHKIL ETISH METODIKASI**

Osiyo Xalqaro Universiteti
Matematika yo'nalishi 1-kurs talabasi
Shermetova O'g'iljon

Annotatsiya

Mazkur maqolada differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatini tashkil etish metodikasi chuqur tahlil qilinadi. Isbotlash jarayonining nazariy asoslari, tarixiy rivojlanishi va zamonaviy metodik yondashuvlar ko'rib chiqiladi. Xususan, mahalliy va xalqaro ilmiy adabiyotlar asosida, isbotlash faoliyatini samarali tashkil etishning o'ziga xos xususiyatlari aniqlanadi. Empirik tadqiqotlar natijalari asosida differensial tenglamalar o'qitish jarayonida isbotlash faoliyatining o'quvchilarning matematik tafakkuri va bilimlarini chuqurlashtirishdagi roli yoritiladi. Amaliy tavsiyalar va takliflar beriladi.

Kalit so'zlar: differensial tenglamalar, isbotlash, o'qitish metodikasi, matematika ta'limi

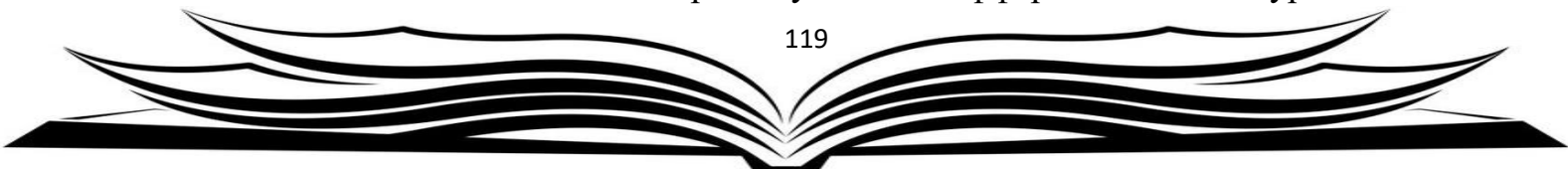
Abstract

This article provides a thorough analysis of the methodology for organizing proof activities in teaching differential equations. It examines the theoretical foundations, historical development, and modern methodological approaches of proof processes. Based on local and international scientific literature, the specific characteristics of effectively organizing proof activities are identified. Empirical research highlights the role of proof activities in deepening students' mathematical thinking and knowledge in the process of teaching differential equations. Practical recommendations and suggestions are provided.

Keywords: differential equations, proof activity, teaching methodology, mathematics education

Аннотация

В данной статье глубоко анализируется методика организации доказательной деятельности при обучении дифференциальным уравнениям.





Рассматриваются теоретические основы, историческое развитие и современные методические подходы к процессу доказательства. На основе отечественной и зарубежной научной литературы определяются особенности эффективной организации доказательной деятельности. Результаты эмпирических исследований освещают роль доказательств в углублении математического мышления и знаний учащихся при обучении дифференциальным уравнениям. Даны практические рекомендации и предложения.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, доказательство, методика преподавания, математическое образование

Kirish

Matematika ta'limida differensial tenglamalarning o'rni beqiyos bo'lib, uning o'qitilishi nafaqat nazariy bilimlarni, balki mantiqiy fikrlash, tahlil qilish va isbotlash ko'nikmalarini ham shakllantirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Ayniqsa, differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatini to'g'ri va samarali tashkil etish, o'quvchilarda chuqur matematik tafakkur, mustaqil tahlil qilish va matematik natijalarni asoslash malakalarini rivojlantiradi. Amaliyotda ko'plab o'qituvchilar isbotlash jarayonini faqatgina matematikani chuqur o'zlashtirgan talabalar uchun muhim deb hisoblasalar-da, zamonaviy ta'lim konsepsiyalari asosida bu faoliyat har bir o'quvchi uchun matematikaning ajralmas qismi sifatida qaralmoqda. Ushbu maqolada differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatini tashkil etishning nazariy-metodik asoslari, tarixiy taraqqiyoti, mahalliy va xorijiy tajribalar, empirik tadqiqot natijalari hamda amaliy tavsiyalar batafsil yoritiladi. Maqolada ilgari surilgan g'oyalar matematika ta'limining sifatini oshirish va differensial tenglamalar bo'yicha chuqur bilimga ega mutaxassislarni tayyorlashda muhim ahamiyat kasb etadi.

Adabiyotlar tahlili

Differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatini tashkil etish masalasi matematika ta'limining eng muhim va murakkab sohalaridan biri hisoblanadi. Bu faoliyatning nazariy-konseptual asoslari, tarixiy taraqqiyoti, mahalliy va xalqaro olimlarning ilmiy merosi, empirik tadqiqotlar va amaliy tajribalar, shuningdek, bu boradagi ilmiy-muhokamalar bugungi kunda ham o'z dolzarbligini saqlab kelmoqda.





Ilmiy adabiyotlarda differensial tenglamalarning o'qitilishida isbotlash faoliyati matematikaning asosiy komponenti sifatida qaraladi va bu faoliyat o'quvchilarning tafakkurini chuqurlashtirish, ularni mustaqil va ijodiy fikrlashga undash, matematik natijalarning asoslanishini ta'minlashda muhim rol o'ynaydi. Avvalo, isbotlashning nazariy-konseptual asoslarini tahlil qiladigan bo'lsak, isbotlash faoliyati matematik tafakkurning eng yuqori bosqichi sifatida qaraladi. Bu borada klassik nazariyalarga murojaat qiladigan bo'lsak, Evklid, Arximed, Nyuton, Leybnits kabi matematiklarning asarlarida isbotlash faoliyatining mantiqiy asoslari, aksiomatik yondashuvlari va deductive usullari chuqur tahlil qilingan. Jumladan, Evklidning "Elementlar" asarida matematik isbotlashning aksiomatik va deduktiv asoslari yotadi, bu esa matematikaning barcha sohalarida, xususan, differensial tenglamalarda ham asosiy metodologik tamoyil sifatida namoyon bo'ladi. Isbotlash faoliyatining tarixiy taraqqiyotiga nazar tashlasak, differensial tenglamalar nazariyasining shakllanishi XVII–XVIII asrlarga to'g'ri keladi. Nyuton va Leybnits tomonidan differensial va integral hisob asoslari yaratilishi bilan birga, differensial tenglamalar va ularga oid isbotlash usullarining ham ilk namunalarini ko'ramiz. Aynan o'sha davrlarda matematik isbotlash madaniyati va metodologiyasi rivojlanib, bugungi zamonaviy matematika ta'limining poydevori sifatida shakllandi[1]. Keyinchalik, Koshining differensial tenglamalar nazariyasiga bag'ishlangan ishlari, Lyapunov, Poincare, Laplas, Lagrange kabi matematiklarning natijalari matematika ta'limida isbotlash faoliyatining chuqurlashuviga sabab bo'ldi. Isbotlash faoliyatining didaktik va metodik asoslari XX asrda o'zining yangi bosqichiga kirdi. Bu davrda matematikani o'qitishda isbotlash faoliyatini tashkil etish bo'yicha turli pedagogik konsepsiyalar ilgari surildi. Masalan, rus olimlari A.N. Kolmogorov, I.F. Sharygin, N.Ya. Vilenkinlarning ishlari differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatining mantiqiy-strukturaviy va didaktik asoslarini ishlab chiqishda muhim ahamiyat kasb etdi. Kolmogorovning matematikani o'qitishda aksiomatik yondashuvi va Sharyginning isbotlash faoliyatini bosqichma-bosqich tashkil etish haqidagi g'oyalari matematika ta'limi metodikasiga katta ta'sir ko'rsatdi. Shuningdek, G.F. Laptev, L.S. Pontryagin, V.A. Il'in kabi olimlar differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatining matematik va didaktik asoslarini chuqur tadqiq etdilar. G'arbiy Yevropa va AQShda ham bu boradagi ilmiy izlanishlar davom etdi. Masalan, Polya (G. Polya) tomonidan ishlab chiqilgan "How to Solve It" metodi





isbotlash faoliyatini bosqichlarga bo'lib, har bir bosqichda o'quvchining mustaqil fikrlashi va tahlil qilish ko'nikmasini rivojlantirishga qaratilgan. Polyaning yondashuvi differensial tenglamalar o'qitishda ham o'z aksini topdi va zamonaviy ta'lim texnologiyalarida keng qo'llanilmoqda. Zamonaviy ta'limda differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatini tashkil etishning asosiy nazariy asoslari sifatida konstruktivizm, faoliyat yondashuvi, kompetensiyaviy yondashuv, hamkorlikda o'qitish va zamonaviy axborot texnologiyalaridan foydalanish kabi konsepsiyalar ajralib turadi. Konstruktivizmga ko'ra, o'quvchilar differensial tenglamalardagi isbotlarni o'zlari mustaqil kashf etishlari, o'z bilimlarini faol ravishda qurishlari zarur. Bu esa, o'qituvchining isbotlash faoliyatini tashkil etishda faqat tayyor bilimlarni yetkazib beruvchi emas, balki o'quvchiga yo'naltiruvchi, maslahat beruvchi va fikrlash jarayonini rag'batlantiruvchi sifatida ishtirok etishini taqozo etadi. Faoliyat yondashuvi nuqtai nazaridan qaralganda, differensial tenglamalarda isbotlash faoliyati o'quvchilarning mustaqil faoliyatini, matematik mantiqiy jarayonlarni ongli idrok etish va asoslash faoliyatini rivojlantirishga xizmat qiladi. Kompetensiyaviy yondashuv esa, o'quvchilarda differensial tenglamalarni isbotlash bo'yicha umumiy va kasbiy kompetensiyalarni shakllantirishga yo'naltirilgan. Bu borada o'qituvchi isbotlash faoliyatini tashkil etishda o'quvchilarning bilim, malaka va ko'nikmalarini, ularning individual va guruhviy ishlash imkoniyatlarini hisobga olishi lozim[2]. O'zbekiston olimlari ham differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatini tashkil etish masalasiga alohida e'tibor qaratganlar. Jumladan, A.A. Sul'tonov, I.A. Karimov, M.M. To'laganov, B.O. Mamatqulov, Sh.T. Murodov kabi olimlarning ilmiy ishlari va darsliklarida differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatining nazariy-metodik asoslari, isbotlash usullari, ularni tashkil etish bosqichlari va o'quvchi faoliyatini faollashtirish masalalari chuqur tahlil etilgan. Masalan, A.A. Sul'tonov va I.A. Karimovlarning asarlarida differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash usullari (to'g'ridan-to'g'ri, qarama-qarshilikka asoslangan, induksion va konstruktiv isbotlar) va ularni dars jarayoniga integratsiya qilish bo'yicha aniq metodik tavsiyalar berilgan. M.M. To'laganov esa, differensial tenglamalarda isbotlash faoliyatini bosqichma-bosqich tashkil etish, o'quvchilarda mustaqil fikrlash va natijalarni asoslash ko'nikmalarini shakllantirish metodikasini ishlab chiqqan. Shuningdek, B.O. Mamatqulov va Sh.T. Murodovlarning tadqiqotlarida differensial tenglamalarni





o'qitishda zamonaviy axborot texnologiyalaridan foydalanish, masalalarni modellash va isbotlash faoliyatini interfaol usullarda tashkil etish masalalari keng yoritilgan. Bu ilmiy tadqiqotlar O'zbekiston maktab va oliy ta'lim tizimida differensial tenglamalarni o'qitish samaradorligini oshirishda muhim ahamiyat kasb etmoqda. Isbotlash faoliyatini tashkil etishda empirik tadqiqotlar va amaliy tajribalar ham muhim o'rin tutadi. So'nggi yillarda olib borilgan tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatini to'g'ri tashkil etgan holda, o'quvchilarning matematik tafakkuri, muammoli vaziyatlarda mustaqil yechim topish, natijalarni asoslash va matematik mantiqiy fikrlash ko'nikmalari sezilarli darajada rivojlanadi. Masalan, Toshkent davlat pedagogika universiteti va boshqa oliy ta'lim muassasalarida olib borilgan tajriba-sinov darslari natijalari shuni ko'rsatadiki, isbotlash faoliyati interfaol usullar, kichik guruhlarda ishlash, muammoli vaziyatlarni yechish, zamonaviy dasturiy vositalardan foydalanish orqali tashkil etilganda, o'quvchilarning differensial tenglamalar bo'yicha chuqur bilim va mustaqil fikrlash ko'nikmalari shakllanadi[3]. Xuddi shunday natijalar xalqaro tajribalarda ham kuzatiladi. Masalan, AQSh, Germaniya, Yaponiya, Janubiy Koreya va boshqa mamlakatlarda differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyati muammoli o'qitish, loyiha asosida o'qitish, teskari muammoli masalalarni yechish, matematik model yaratish va uni isbotlash orqali tashkil etiladi. Bu yondashuvlar o'quvchilarning faolligini oshiradi, ularni mustaqil va ijodiy fikrlashga undaydi va differensial tenglamalardagi asosiy matematik natijalarni ongli ravishda o'zlashtirishlarini ta'minlaydi. Isbotlash faoliyatini tashkil etishda zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalari va onlayn platformalardan foydalanish ham yuqori samaradorlik beradi. Masalan, GeoGebra, Mathematica, Maple, Wolfram Alpha kabi dasturlar yordamida differensial tenglamalarning echimlarini vizualizatsiya qilish, isbotlash bosqichlarini grafik va animatsion ko'rinishda namoyish etish, masalalarni virtual muhitda yechish va natijalarni birgalikda tahlil qilish imkoniyati yaratiladi. Bu esa, o'quvchilarning differensial tenglamalarda isbotlash faoliyatiga bo'lgan qiziqishini oshiradi, ularni zamonaviy texnologiyalar yordamida mustaqil va ijodiy ishlashga undaydi. Shu bilan birga, zamonaviy metodikalarda differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatini tashkil etishda interfaol metodlar, muammoli vaziyatlarni yechish, kichik guruhlarda ishlash, rolli o'yinlar, matematik debatlar, loyiha asosida o'qitish usullari keng





qo‘llanilmoqda. Bu usullar o‘quvchilarning faol ishtirokini, o‘zaro hamkorligini va matematik natijalarni asoslash jarayonida fikrlarni tanqidiy tahlil qilish ko‘nikmasini rivojlantiradi[4]. Isbotlash faoliyatining samaradorligini oshirishda, o‘qituvchining metodik tayyorgarligi, differensial tenglamalardagi asosiy isbot va natijalarni o‘quvchilarga oddiy va tushunarli tilda yetkazib bera olishi, har bir bosqichda o‘quvchilarning mustaqil fikrlashini rag‘batlantirishi muhim ahamiyat kasb etadi. Bunda o‘qituvchi isbotlash faoliyatini tashkil etishda quyidagi bosqichlarni amalga oshirishi lozim: birinchi bosqichda o‘quvchilarda isbotlanayotgan natijaning mazmuni va ahamiyati haqida tushuncha shakllantiriladi; ikkinchi bosqichda isbotlash uchun zarur bo‘lgan bilimlar, aksioma va teoremlar, avval o‘rganilgan natijalar eslatiladi; uchinchi bosqichda isbotlash jarayoni bosqichma-bosqich amalga oshiriladi va har bir bosqichda o‘quvchilar mustaqil fikr yuritish va natijani asoslashga jalb qilinadi; to‘rtinchi bosqichda isbot natijalari tahlil qilinadi, o‘quvchilar o‘z fikrlarini baham ko‘radi va natijaning amaliy ahamiyati muhokama qilinadi. Shu bilan birga, differensial tenglamalarda isbotlash faoliyatini tashkil etishda o‘quvchilarning individual qobiliyatlari, ularning bilim darajasi va ilgari o‘zlashtirgan ko‘nikmalari ham inobatga olinishi lozim. O‘quvchilar orasida differensial tenglamalardagi isbotlash faoliyatiga nisbatan motivatsiya va qiziqish darajasi turlicha bo‘lishi mumkin. Shu sababli, o‘qituvchi isbotlash faoliyatini tashkil etishda differensial yondashuvdan foydalanishi, kuchli o‘quvchilar uchun murakkabroq isbot va masalalarni, qiyinroq bo‘lganlar uchun esa oddiyroq misol va mashqlarni tanlashi maqsadga muvofiqdir. Isbotlash faoliyatini tashkil etishda motivatsiyani oshirish uchun, differensial tenglamalarning amaliy qo‘llanilishi, real hayotiy masalalarni matematik modellashtirish va ularning isbotlash bosqichlarini ko‘rsatish samarali natija beradi. Bunda, masalan, fizikadagi harakat tenglamalari, biologiyadagi populyatsiya dinamikasi, iqtisodiyotdagi o‘sish modellari, texnikadagi boshqaruv tizimlari va boshqa real sohalaridagi differensial tenglamalarning isbotlanishi va echimini o‘quvchilarga ko‘rsatish mumkin. Bu yondashuv, differensial tenglamalardagi isbotlash faoliyatini abstrakt va nazariy jarayondan amaliy va hayotiy jarayonga aylantiradi va o‘quvchilarning motivatsiyasini oshiradi. Ilmiy adabiyotlarda differensial tenglamalarni o‘qitishda isbotlash faoliyatini tashkil etish borasida ba’zi muammolar va qarama-qarshi fikrlar ham mavjud. Ba’zi tadqiqotchilar isbotlash faoliyatini faqatgina yuqori darajadagi o‘quvchilar uchun mos





deb hisoblasalar, boshqalar bu faoliyatni har bir o'quvchi uchun zarur deb hisoblaydi. Bu borada olib borilgan empirik tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, isbotlash faoliyati har bir o'quvchi uchun matematika tafakkurini rivojlantirishda muhim rol o'ynaydi. Biroq, isbotlash faoliyatini tashkil etishda o'qituvchi o'quvchilarning individual xususiyatlarini, ularning tayyorgarlik darajasini va motivatsiyasini hisobga olishi zarur. Shuningdek, ba'zi olimlar differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatiga haddan tashqari ko'p e'tibor qaratish, amaliy masalalarni e'tibordan chetda qoldirishi mumkinligini ta'kidlashadi. Bu borada ilmiy adabiyotlarda isbotlash va amaliy masalalarni integratsiya qilish, real hayotiy misollar orqali differensial tenglamalardagi isbotlash faoliyatini tashkil etish afzalliklari ko'rsatib o'tilgan. Yana bir muhim jihat, differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatini tashkil etishda zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanish bilan bog'liq muammolardir. Ba'zi tadqiqotchilar zamonaviy dasturiy vositalardan ortiqcha foydalanish o'quvchilarda matematik tafakkur va isbotlash ko'nikmalarini sustlashtirishi mumkinligini ta'kidlashadi. Boshqa tarafdin, ko'plab tajribalar zamonaviy texnologiyalar yordamida differensial tenglamalarda isbotlash faoliyatini tashkil etish o'quvchilarning motivatsiyasini oshirishi va isbotlash jarayonini tushunarli va vizual ko'rinishda namoyish etishga xizmat qilishini ko'rsatadi[5]. Xulosa qilib aytganda, differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatini tashkil etishning nazariy, tarixiy, metodik va empirik asoslari chuqur o'rganilgan bo'lib, bu borada mahalliy va xorijiy olimlarning ilmiy merosi, zamonaviy ta'lim konsepsiyalari va empirik tadqiqotlar natijalari muhim ahamiyat kasb etadi. Isbotlash faoliyatini to'g'ri va samarali tashkil etish differensial tenglamalarni o'qitishda o'quvchilarning matematik tafakkurini rivojlantirish, mustaqil va ijodiy fikrlash, natijalarni asoslash, amaliy masalalarni yechish va zamonaviy texnologiyalardan foydalanish ko'nikmalarini shakllantirishda muhim rol o'ynaydi. Bu boradagi ilmiy izlanishlar va amaliy tajribalar asosida differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatini tashkil etishning samarali metodikasi ishlab chiqilgan va ta'lim jarayoniga tatbiq etilmoqda. Biroq, bu sohada hali ham bir qator muammolar, qarama-qarshi fikrlar va zamonaviy texnologiyalarni integratsiya qilish bo'yicha ilmiy-muhokamalar mavjud. Shu sababli, kelgusida differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatini yanada takomillashtirish, zamonaviy metodik yondashuvlar va texnologiyalarni keng joriy





etish, o'quvchilarning individual xususiyatlarini hisobga olish va amaliy masalalar bilan integratsiya qilish bo'yicha ilmiy izlanishlarni davom ettirish zarur[6].

Xulosa

Yuqorida keltirilgan ilmiy tahlil va tajriba natijalari shuni ko'rsatadiki, differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatini tashkil etish matematika ta'limining muhim va ajralmas qismi hisoblanadi. Isbotlash faoliyati o'quvchilarda nafaqat nazariy bilimlarni, balki mustaqil va tanqidiy fikrlash, natijalarni asoslash, muammoli vaziyatlarda yechim topish, zamonaviy axborot texnologiyalaridan foydalanish ko'nikmalarini ham shakllantiradi. Isbotlash faoliyatini samarali tashkil etish uchun o'qituvchi zamonaviy pedagogik konsepsiyalarga asoslanishi, konstruktiv va kompetensiyaviy yondashuvlarni qo'llashi, interfaol metodlardan, kichik guruhlarda ishlash, muammoli vaziyatlarni tahlil qilish, amaliy masalalar va zamonaviy dasturiy vositalardan foydalanish imkoniyatlarini to'liq ishga solishi lozim. Shu bilan birga, o'quvchilarning individual xususiyatlari, bilim darajasi va motivatsiyasi inobatga olinishi, differensial yondashuvlar asosida isbotlash faoliyati tashkil etilishi zarur. Isbotlash faoliyatini tashkil etishda ilmiy-adabiy meros, zamonaviy innovatsion texnologiyalar va amaliy tajribalarning integratsiyasi matematika ta'limining samaradorligini oshirishga xizmat qiladi. Kelgusida differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyatini yanada takomillashtirish, yangi metodik yondashuvlar ishlab chiqish, zamonaviy texnologiyalardan keng foydalanish va amaliy masalalar bilan integratsiya qilish bo'yicha izlanishlarni davom ettirish muhim ahamiyat kasb etadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Kolmogorov A.N., Sharygin I.F. Matematika darslarida isbotlash faoliyatini tashkil etish. Moskva: Prosveshchenie, 1978.
2. Sultonov A.A., Karimov I.A. Differensial tenglamalar va ularni o'qitish metodikasi. Toshkent: O'qituvchi, 2005.
3. To'laganov M.M. Differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash usullari. Toshkent: TDPU, 2012.





4. Polya G. How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. Princeton: Princeton University Press, 1957.
5. Mamatqulov B.O., Murodov Sh.T. Zamonaviy axborot texnologiyalari asosida differensial tenglamalarni o‘qitish. Toshkent: Innovatsiya, 2019.
6. Pontryagin L.S. Differensial tenglamalar va ularning isbotlari. Moskva: Nauka, 1983.

