



DIFFERENSIALLANUVCHI FUNKSIYALAR

Xolyigitova Mohigul Naim qizi

JDPU o'qituvchi, Jizzax shaxri

mohigulxolyigitova@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada differensiallanuvchi funksiyalar tushunchasi, ularning asosiy xossalari va tatbiqlari o'rganilgan. Ishda funksiyaning hosilasi va differensial tushunchalari orqali differensiallanuvchanlik shartlari tahlil qilingan. Differensial hisobning asosiy teoremlari (Rol, Lagranj, Koshi teoremlari) isbotlari bilan keltirilgan va ularning geometrik ma'nosi yoritilgan. Shuningdek, differensiallanuvchi funksiyalarning ekstremumlarini topish, funksiya grafigini tekshirish va tatbiqiy masalalarni yechishdagi roli ko'rsatib o'tilgan. Maqola oliy matematika yo'nalishi talabalari va o'qituvchilari uchun mo'ljallangan.

Kalit so'zlar: differensiallanuvchi funksiya, hosila, differensial, uzluksizlik, Rol teoremasi, Lagranj teoremasi, Koshi teoremasi, ekstremum, funksiya grafigi, tatbiqiy masalalar.

DIFFERENTIABLE FUNCTIONS

Kholyigitova Mohigul Naim qizi

JDPU teacher, Jizzakh city

mohigulxolyigitova@gmail.com

Annotation: This article explores the concept of differentiable functions, their fundamental properties, and applications. The work analyzes the conditions for differentiability through the concepts of the derivative and differential of a function. The fundamental theorems of differential calculus (Rolle's theorem, Lagrange's theorem, Cauchy's theorem) are presented with their proofs, and their geometric interpretation is explained. The role of differentiable functions in finding extrema, analyzing function graphs, and solving applied problems is demonstrated. This article is intended for students and teachers in the field of higher mathematics.

Keywords: differentiable function, derivative, differential, continuity, Rolle's theorem, Lagrange's theorem, Cauchy's theorem, extremum, function graph, applied





problems. Matematik analizning fundamental tushunchalaridan biri limit tushunchasidir. Biz quyida differensiallanuvchi funksiyalarga doir kerakli teoremlarni keltiramiz.

$f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasini $x \rightarrow x_0$ da $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ nisbatning limiti sifatida ta'riflash mumkin:

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}. \quad (1)$$

x_0 nuqtada hosilaga ega bo'lgan funksiya shu nuqtada differensiallanuvchi deyiladi. Agar $f(x)$ funksiya (a, b) intervalning har bir nuqtasida differensiallanuvchi bo'lsa, u (a, b) intervalda differensiallanuvchi funksiya deyiladi [22].

Yuqoridagi limit mavjud bo'lgan har bir x_0 nuqtaga aniq bitta son mos keladi demak $f'(x)$ – bu yangi funksiya bo'lib, u yuqoridagi limit mavjud bo'lgan barcha x larda aniqlangan. Bu funksiya $f(x)$ funksiyaning hosila funksiyasi, odatda, hosilasi deb yuritiladi.

1.1.1. Teorema (Ferma teoremasi) Agar $f(x)$ funksiya (a, b) oraliqda aniqlangan va biror $c \in (a, b)$ nuqtada eng kata (eng kichik) qiymatga erishsa va shu nuqtada chekli $f'(c)$ hosila mavjud bo'lsa, u holda $f'(c) = 0$ bo'ladi.

1.1.2. Teorema (Roll teoremasi). Agar $f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada aniqlangan bo'lib, quyidagi

- 1) $[a, b]$ da uzluksiz;
- 2) (a, b) da differensiallanuvchi;
- 3) $f(a) = f(b)$

Shartlarni qanoatlantirsa, u holda $f'(c) = 0$ bo'ladigan kamida bitta c ($a < c < b$) nuqta mavjud bo'ladi [22].

Eslatma. Roll teoremasining shartlari yetarli bo'lib, zaruriy shart emas. Masalan, 1) $f(x) = x^3$, $x \in [-1; 1]$ funksiya uchun teoremaning 3 – sharti bajarilmaydi.

($f(-1) = -1 \neq 1 = f(1)$). lekin $f'(0) = 0$ bo'ladi.

- 2) $\begin{cases} x, & \text{agar } 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{agar } 1 < x < 2, \\ 2, & \text{agar } x \geq 2 \end{cases}$ funksiya uchun Roll teoremasining barcha shartlari

bajarilmaydi, lekin $(1; 2)$ intervalning ixtiyoriy nuqtasida $f'(x) = 0$ bo'ladi.





1.1.3. Teorema (Logranj teoremasi). Agar $f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada uzluksiz va (a, b) da chekli $f'(x)$ hosila mavjud bo'lsa, u holda (a, b) da kamida bitta shunday c nuqta mavjud bo'lib,

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c) \quad (2)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

(2) formulani ba'zida *Logranj formulasi* deb ham yuritiladi. Bu formula

$$f(b) - f(a) = f'(c)(b - a) \quad (3)$$

ko'rinishida ham yoziladi.

1.1.4. Teorema (Koshi teoremasi). Agar $[a, b]$ kesmada $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar berilgan bo'lib,

1) $[a, b]$ da uzluksiz;

2) (a, b) intervalda $f'(x)$ va $g'(x)$ mavjud hamda $g'(x) \neq 0$ bolsa, u holda hech bo'lmaganda bitta shunday c ($a < c < b$) nuqta topilib,

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)} \quad (4)$$

tenglik o'rinli bo'ladi. (4) tenglik *Koshi formulasi* deb ham ataladi[22].

1.2. O'lchovli funksiyalar

1.2.1. Ta'rif. Agar ixtiyoriy $c \in R$ uchun $\{x \in E: f(x) < c\} := E(f < c)$ to'plam o'lchovli bo'lsa, f funksiya E to'plamda o'lchovli deyiladi.

1-Misol. $f: E \rightarrow R$, $f(x) = a = \text{const}$ funksiyaning o'lchovli ekanini ko'rsating.

Yechish. Ixtiyoriy $c \in R$ uchun

$$E(f < c) = \{x \in E: f(x) < c\} = \begin{cases} E, & \text{agar } c > a \\ \emptyset, & \text{agar } c \leq a \end{cases} \quad (5)$$

tenglik o'rinli. E va $\emptyset$ to'plamlar o'lchovli. Demak, ixtiyoriy $c \in R$ uchun $E(f < c)$ to'plam o'lchovli ekan. Ta'rifga ko'ra, $f(x) = a$ funksiya E da o'lchovli funksiya bo'ladi.

1.2.1. Teorema. Agar f va g funksiyalar E to'plamda o'lchovli bo'lsa, u holda ularning yig'indisi $f + g$, ayirmasi $f - g$ va ko'paytmasi $f \cdot g$ o'lchovli bo'ladi. Agar barcha $x \in E$ lar uchun $g(x) \neq 0$ bo'lsa, u holda f/g funksiya ham E da o'lchovli bo'ladi.





Lemma 1. Agar f funksiya E to'plamda o'lchovli bo'lsa, u holda ixtiyoriy $a, b \in R$ lar uchun quyidagi to'plamlarning har biri o'lchovli bo'ladi.

1) $E(f \geq a)$; 2) $E(a \leq f < b)$; 3) $E(f = a)$; 4) $E(f \leq a)$; 5) $E(f > a)$.

Lemma 2. Agar ixtiyoriy $a, b \in R$ lar uchun 1-lemmadagi 1), 2), 4), 5) ko'rinishidagi to'plamlarning birortasi o'lchovli bo'lsa, u holda f funksiya E to'plamda o'lchovli bo'ladi.

Lemma 3. Agar f va g lar E da o'lchovli bo'lsa, u holda $\{x \in E: f(x) > g(x)\} = E(f > g)$ to'plam o'lchovli bo'ladi.

1.2.2.Ta'rif. Agar ixtiyoriy $\epsilon > 0$ uchun shunday $n_0 > 0$ mavjud bo'lib, barcha $n > n_0$ va $x \in E$ larda $|f_n(x) - f(x)| < \epsilon$ bo'lsa, u holda $\{f_n\}$ funksiyalar ketma-ketligi E to'plamda f funksiya ga tekis yaqinlashadi deyiladi.

1.2.3.Ta'rif. Agar har bir $x \in E$ da $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = f(x)$ bo'lsa, u holda $\{f_n\}$ funksiyalar ketma-ketligi f ga nuqtali yaqinlashadi deyiladi.

1.2.4.Teorema. Agar $\{f_n\}$ o'lchovli funksiya ketma-ketligi har bir $x \in E$ da $f(x)$ ga yaqinlashsa, u holda limitik funksiya f o'lchovli bo'ladi.

Misol. Agar $f: E \rightarrow R$ o'lchovli funksiya bo'lsa, u holda f funksiya E ning ixtiyoriy o'lchovli A qismida ham o'lchovli funksiya bo'lishini ko'rsating.

Yechish. Haqiqatan ham, ixtiyoriy $c \in R$ uchun

$$\{x \in A: f(x) < c\} = E(f < c) \cap A$$

tenglik o'rinli. $E(f < a)$ va A to'plamlar o'lchovli bo'lganligi uchun ularning kesishmasi bo'lgan $\{x \in A: f(x) < c\}$ to'plam ham o'lchovli bo'ladi. 1.2.1-ta'rifga ko'ra, f funksiya A da o'lchovli bo'ladi.

O'lchovli funksiyalar ketma-ketliklarining yaqinlashishlari

1.2.5.Ta'rif. E o'lchovli to'plamda aniqlangan f va g funksiyalar uchun $\mu(\{x \in E: f(x) \neq g(x)\}) = 0$ bo'lsa, f va g lar ekvivalent funksiyalar deyiladi va $f \sim g$ shaklda belgilanadi.

1.2.6.Ta'rif. Agar biror xossa E to'plamning nol o'lchovli qism to'plamidan boshqa barcha nuqtalarida bajarilsa, bu xossa E to'plamda deyarli bajariladi deyiladi.

1.2.7.Teorema. Agar f funksiya E o'lchovli to'plamda aniqlangan bo'lib, o'lchovli $g: E \rightarrow R$ funksiya ga ekvivalent bo'lsa, u holda f ham E da o'lchovli funksiya bo'ladi.





1.2.8Teorema. Agar E to'plamda $\{f_n\}$ o'lchovli funksiyalar ketma-ketligi f ga deyarli yaqinlashsa, u holda limitik funksiya f ham o'lchovlidir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

- 1.Danford N., Shvarts Dj.T. Lineyniye operatory. Obshaya teoriya. M.I.L.1962.
- 2.Kantorovich L.B., Akilov G.P. Funktsionalniy analiz. M.Nauka, 1977
3. Demidovich B.P. Sbornik zadach i uprajneniy po matematicheskomu analizu.-M. 2003
- 4.O'.Toshmetov, R.M.Turg'unboyev, E.M.Saydamatov, M.Madirimov "Matematik analiz" (1-qism), (179-182b).Toshkent. 2015.
- 5.Abduhakimov S, Adilov B. "Periodicheskie tochki neustoychivoy separatrissy feygenbauma". "Yosh matematiklarning yangi teoremlari-2018"
6. Xolyigitova M. N., Suyarov A. O. BIR JINSLI BOLMAGAN DIFFERENSIAL TENGLAMALAR SISTEMASINI "REZONANS" VA "REZONANS" BOLMAGAN HOLLAR UCHUN YECHIMLARINI TUZISH //Экономика и социум. – 2024. – №. 10 (125). – С. 413-416.

