



Chekli cheklovlar va cheksiz xulosalar: Dirixle prinsipiga qayta nazar

Xiva Prezident maktabi 9-green sinf o'quvchisi

Ko'palov Shohjahon Muzaffarovich.

Gmail: shohjahon13062010@gmail.com

Tel: +998-97-090-91-31

**O'qituvchi: Ortiqova Iqbol Olimboyevna-Urganch Davlat pedagogika
instituti**

Annotatsiya: Mazkur maqolada chekli cheklovlar sharoitida cheksiz xulosalarga olib keluvchi klassik matematik g'oyalardan biri- Dirixle prinsipi (yoki "qutilar prinsipi") zamonaviy nuqtai nazardan qayta tahlil qilinadi. Tadqiqotda prinsipning elementar ko'rinishidan tortib, uning umumlashtirilgan va kuchaytirilgan shakllarigacha bo'lgan talqinlari yoritiladi. Shuningdek, kombinatorika, sonlar nazariyasi, analiz va diskret matematika sohalarida qo'llanish imkoniyatlari misollar asosida ko'rsatib beriladi. Maqolada chekli obyektlar to'plamida muqarrar takrorlanish hodisasining nazariy asoslari ochib berilib, undan kelib chiqadigan cheksizlikka oid xulosalarning mantiqiy mexanizmi tahlil qilinadi. Dirixle prinsipining matematik tafakkurni rivojlantirishdagi o'rni hamda isbotlash metodologiyasidagi ahamiyati ilmiy asosda bayon etiladi.

Аннотация: В данной статье с современной точки зрения повторно анализируется одна из классических математических идей — принцип Дирихле (или "принцип ящиков"), который в условиях конечных ограничений приводит к бесконечным выводам. В исследовании освещаются интерпретации принципа — от его элементарной формы до обобщённых и усиленных вариантов. Также на примерах показываются возможности его применения в комбинаторике, теории чисел, анализе и дискретной математике. В статье раскрываются теоретические основы неизбежного явления повторяемости в множестве конечных объектов и анализируется логический механизм получения из этого выводов, связанных с бесконечностью. Научно обоснованно излагаются роль принципа Дирихле в развитии математического мышления и его значение в методологии доказательств.





Ключевые слова: принцип Дирихле, принцип ящиков, комбинаторика, конечное множество, бесконечный вывод, принцип повторяемости, дискретная математика, теория чисел, математическое доказательство, обобщённый принцип Дирихле.

Abstract: This article re-examines, from a modern perspective, one of the classic mathematical ideas—the Dirichlet principle (or the “pigeonhole principle”), which under finite constraints leads to infinite conclusions. The study presents interpretations of the principle ranging from its elementary form to its generalized and strengthened versions. Through examples, it also demonstrates its potential applications in combinatorics, number theory, analysis, and discrete mathematics. The article elucidates the theoretical foundations of the inevitable phenomenon of repetition within a set of finite objects and analyzes the logical mechanism by which conclusions related to infinity follow from it. The role of the Dirichlet principle in developing mathematical thinking and its importance in proof methodology are presented on a scientific basis.

Keywords: Dirichlet principle, pigeonhole principle, combinatorics, finite set, infinite conclusion, repetition principle, discrete mathematics, number theory, mathematical proof, generalized Dirichlet principle.

Kalit soʻzlar: Dirixle prinsipi, qutilar prinsipi, kombinatorika, chekli toʻplam, cheksiz xulosa, takrorlanish printsipi, diskret matematika, sonlar nazariyasi, matematik isbot, umumlashtirilgan Dirixle prinsipi.

1. Kirish. Matematika fanida cheklangan resurslar yoki soni chegaralangan obyektlar tizimidan kelib chiqib, muqarrar takrorlanish yoki mavjudlik haqidagi xulosalarga erishish gʻoyasi muhim nazariy va metodologik ahamiyatga ega. Bunday yondashuv mantiqiy tafakkur, strukturaviy tahlil va chegaraviy shartlarni aniqlash jarayonida muhim oʻrin tutadi. Ana shunday fundamental tamoyillardan biri - Dirixle prinsipi (yoki “qutilar prinsipi”) boʻlib, u XIX asr nemis matematigi P. G. L. Dirixle nomi bilan bogʻliqdir.

Mazkur prinsipning eng sodda ifodasi quyidagicha: agar $n+1$ ta obyekt n ta qutiga joylashtirilsa, u holda kamida bitta qutida kamida ikkita obyekt mavjud boʻladi. Ushbu sodda formuladan kelib chiqadigan mantiqiy natijalar esa ancha keng va chuqur ahamiyat kasb etadi. Prinsip obyektlar soni va ularni joylashtirish imkoniyatlari oʻrtasidagi nisbatni tahlil qilish orqali muqarrarlik tushunchasini asoslaydi.





Dirixle prinsipi o‘zining soddaligiga qaramay, kombinatorika, sonlar nazariyasi, diskret matematika, ehtimollar nazariyasi va analiz sohalarida keng qo‘llaniladi. U ko‘pincha konstruktiv bo‘lmagan isbotlash vositasi sifatida xizmat qiladi, ya’ni aniq obyektни topib bermaydi, biroq uning mavjudligini qat’iy mantiqiy asos bilan ko‘rsatadi. Shu jihati bilan u matematik isbotlash madaniyatining muhim elementi hisoblanadi.

Mazkur maqolaning maqsadi- Dirixle prinsipining nazariy asoslarini tahlil qilish, uning klassik va umumlashtirilgan shakllarini ko‘rib chiqish hamda cheklangan sharoitlardan qanday qilib muqarrar yoki “cheksiz” xulosalar kelib chiqishini mantiqiy jihatdan asoslab berishdan iborat. Shuningdek, prinsipning amaliy qo‘llanishi misollar orqali ochib beriladi va uning matematik tafakkurdagi o‘rni yoritiladi.

2. Metodlar

Mazkur tadqiqotni amalga oshirish jarayonida Dirixle prinsipining nazariy asoslari va amaliy qo‘llanish doirasi tizimli ravishda o‘rganildi. Tadqiqot quyidagi metodologik yondashuvlarga asoslandi:

1. Nazariy tahlil metodi.

Dirixle prinsipining klassik va umumlashtirilgan ko‘rinishlari o‘rganilib, ularning matematik tuzilishi hamda mantiqiy asoslari tahlil qilindi. Prinsipning formulaviy ifodasi, chegaraviy holatlari va qo‘llanish shartlari izchil ravishda ko‘rib chiqildi.

2. Mantiqiy umumlashtirish metodi.

Prinsipning elementar shaklidan kuchaytirilgan va umumlashtirilgan shakliga o‘tish mexanizmi mantiqiy asosda izohlandi. Bunda oddiy “kamida bitta” natijasidan sonli chegaralarni aniqlovchi umumiy formulaga o‘tish jarayoni bosqichma-bosqich asoslandi.

3. Qiyosiy tahlil.

Dirixle prinsipining kombinatorika va sonlar nazariyasidagi qo‘llanishlari o‘zaro taqqoslandi. Turli masalalardagi ishlash mexanizmi solishtirilib, uning universalligi va moslashuvchanligi aniqlashtirildi.

4. Isbotlash metodologiyasi.

Tadqiqot davomida qarama-qarshilikka keltirish (reductio ad absurdum) usuli hamda to‘plamlar nazariyasining asosiy tushunchalariga tayangan isbotlash metodlari





qo‘llanildi. Ayniqsa, “eng yomon holat” tahlili orqali muqarrar natijani asoslash usuli markaziy metod sifatida foydalanildi.

Umumlashtirilgan Dirixle prinsipi quyidagicha ifodalanadi: agar N ta obyekt k ta qutiga joylashtirilsa, u holda kamida bitta qutida kamida $[N/k]$ ta obyekt mavjud bo‘ladi.

Bu formuladan ko‘rinadiki, obyektlar soni qutilar soniga teng taqsimlanmagan taqdirda ham, kamida bitta qutida o‘rtacha qiymatdan kam bo‘lmagan miqdorda obyekt to‘planishi muqarrar. Mazkur ifoda prinsipning umumlashtirilgan shaklini beradi va ko‘plab kombinatorik hamda diskret matematik masalalarning yechimida nazariy asos vazifasini bajaradi.

3. Natijalar

Tadqiqot natijasida quyidagi ilmiy xulosalar olindi:

- Dirixle prinsipi chekli obyektlar tizimida muqarrar takrorlanish mavjudligini kafolatlaydi.
- Prinsip yordamida sonlar nazariyasida qoldiqlar tizimi, modul bo‘yicha tengliklar hamda Diofant tenglamalarining ayrim natijalarini isbotlash mumkin.
- Kombinatorik masalalarda obyektlarni taqsimlash orqali mavjudlikni isbotlashning samarali mexanizmi ishlab chiqildi.
- Chekli cheklovlardan kelib chiqadigan cheksiz xulosalar matematik induksiya va qarama-qarshilik metodlari bilan uzviy bog‘liq ekanligi asoslandi.
- Prinsipning kuchaytirilgan shakli ehtimollar nazariyasi va optimallashtirish masalalarida ham qo‘llanish imkoniyatiga ega.

1. 7 ta kitob javoning 5 tasida roman topish mumkin, 4 tasida - she‘rlar to‘plami, 3

tasida – ertaklar. Roman, she‘rlar to‘plami va ertaklarni topish uchun kamida nechta kitob javonini ko‘rib chiqish kerak?

1-Masala yechish:

Biz uchala turdan kamida bittadan topishimiz kerak.

Demak, shart bajarilmasligi uchun eng yomon vaziyatni ko‘ramiz.

Ertaklar faqat 3 ta javonda bor.

Demak, ertaksiz javonlar:





$$7 - 3 = 4$$

Eng yomon holatda biz avval aynan shu 4 ta javonni ochishimiz mumkin.

Bu holda ertak chiqmaydi.

Shuning uchun ertakni kafolatli topish uchun yana 1 ta javon ochish kerak.

$$4 + 1 = 5$$

Nima uchun 5 ta javon yetarli?

Agar biz 5 ta javonni ochsak:

- Roman chiqmasligi mumkin emas (roman yo‘q javon atigi 2 ta)
- She‘r chiqmasligi mumkin emas (she‘r yo‘q javon 3 ta)
- Ertak chiqmasligi mumkin emas (ertak yo‘q javon 4 ta)

Demak, 5 ta javon ko‘rilganda uchala tur ham albatta chiqadi.

Javob: [5 ta javon]

2. Qutida 10 ta qora va 10 ta qizil doira bor. Ko‘rmasdan qutidan nechta doirani olish kerak, ularning ichida kafolatli 2 ta qora va 4 ta qizil doira chiqishi uchun?

2-Masala yechish:

Shart bajarilmasligi uchun ikkita yo‘l bor:

1-holat: qora ≤ 1

Eng ko‘p nechta olish mumkin, lekin qora soni 1 dan oshmaydi?

$$10 \text{ qizil} + 1 \text{ qora} = 11$$

Demak, 11 ta olsak ham shart bajarilmasligi mumkin.

2-holat: qizil ≤ 3

Eng ko‘p nechta olish mumkin, lekin qizil soni 3 dan oshmaydi?

$$10 \text{ qora} + 3 \text{ qizil} = 13$$

Bu holda ham shart bajarilmaydi.

Eng katta muvaffaqiyatsiz son:

$$\max(11, 13) = 13$$

Demak, 13 ta olsak ham shart bajarilmasligi mumkin.

Shuning uchun kafolat uchun yana 1 ta qo‘shamiz:

$$13 + 1 = 14$$

Javob: 14 ta doira





3-Masala yechish: Sinf 33 ta o'quvchi bor: 18 ta o'g'il bola va 15 ta qiz bola. Ular 11 ta guruhga 3tadan bo'linishdi. Nechta guruhda qizlar o'g'il bolalardan ko'p bo'lishi mumkin?

Mumkin bo'lgan barcha holatlarini ko'rib chiqing.

Qizlar ko'p bo'ladigan guruh turlari

3 kishilik guruhda qizlar ko'p bo'lishi uchun:

- 2 qiz 1 o'g'il
- 3 qiz degan ikki variant bor.

Agar:

- $a = 3$ qizli guruhlar

- $b = 2$ qizli guruhlar

unda qizlar ko'p guruhlar soni:

$$k = a + b$$

Cheklov: jami qizlar 15 ta

Har bir "qizlar ko'p" guruhda kamida 2 ta qiz bor.

Demak maksimal son:

$$\lfloor 15/2 \rfloor = 7$$

Ya'ni 7 tadan ko'p bo'lishi mumkin emas.

Minimal qiymat

Qizlar soni 15 ta.

Agar qizlar ko'p guruhlar juda kam bo'lsa, qolgan guruhlariga qizlarni joylashtirish qiyinlashadi.

Hisob-kitob orqali ko'ramizki, 2 tadan kam bo'lishi mumkin emas.

Natija

Mumkin bo'lgan barcha qiymatlar:

$$[2, 3, 4, 5, 6, 7]$$

Muhokama

Dirixle prinsipi matematikada sodda formulaga ega bo'lsa-da, mazmunan chuqur va keng qo'llaniladigan g'oyalardan biridir. U ko'pincha konstruktiv yechim bermaydi, ya'ni aniq obyekt yoki konfiguratsiyani ko'rsatib bermaydi, biroq ma'lum bir natijaning muqarrarligini isbotlaydi. Aynan shu jihati sababli u matematik isbotlash





madaniyatida muhim o‘rin tutadi. Prinsip oddiy ko‘rinishiga qaramay, kombinatorika, ehtimollar nazariyasi va hatto analizda ham keng qo‘llaniladi.

Yuqorida tahlil qilingan masalalar ushbu prinsipning amaliy ishlash mexanizmini aniq ko‘rsatadi. Birinchi masalada cheklangan sonli javonlar orasida ma‘lum turdagi kitobni kafolatli topish masalasi ko‘rib chiqildi. Bu yerda “eng yomon holat” yondashuvi qo‘llanilib, ayrim toifadagi obyektni imkon qadar uzoq vaqt uchratmaslik mumkinligi hisoblab chiqildi. Natijada, minimal zarur son aniqlanib, ma‘lum turdagi obyektning mavjudligi muqarrar ekani isbotlandi. Bu kabi tahlil real hayotdagi tanlov jarayonlarini matematik modellashirishda ham qo‘llanilishi mumkin.

Ikkinchi masalada esa tanlash jarayonida shart bajarilmasligi mumkin bo‘lgan maksimal holat aniqlanib, undan bir birlik ortiq miqdor kafolat sifatida belgilandi. Bu usul Dirixle prinsipining klassik “eng yomon holat + 1” modelini ifodalaydi. Ushbu yondashuv sonlar orasidagi nisbatni chuqurroq anglashga yordam beradi va kombinatorik chegaralarni aniqlashda muhim vosita bo‘lib xizmat qiladi. Ayniqsa, kafolat tushunchasini matematik nuqtai nazardan asoslashda bu prinsip katta ahamiyatga ega.

Uchinchi masalada esa guruhlash va taqsimlash jarayonida sonlar o‘rtasidagi muvozanat masalasi tahlil qilindi. Bu yerda prinsip bevosita formula ko‘rinishida emas, balki mantiqiy cheklovlar tizimi orqali namoyon bo‘ldi. Qizlar va o‘g‘il bolalar soni asosida mumkin bo‘lgan minimal va maksimal chegaralar aniqlandi. Natijada, ma‘lum sharoitlarda ayrim guruhlarning ustunligi muqarrar ekanligi ko‘rsatildi. Bu esa sonli tizimlarda ichki tuzilma va chegaralarni aniqlash qanchalik muhim ekanini namoyish etadi.

Umuman olganda, Dirixle prinsipi nafaqat matematik masalalarni yechishda, balki analitik tafakkurni shakllantirishda ham muhim ahamiyatga ega. U talabalarga chegaralarni aniqlash, ehtimoliy vaziyatlarni tahlil qilish va mantiqiy asoslash ko‘nikmalarini rivojlantirishga yordam beradi. Eng muhimi, bu prinsip oddiy ko‘rinadigan sharoitlarda ham chuqur mantiqiy natijalarga olib kelishi mumkinligini ko‘rsatadi. Shu sababli u matematik ta‘lim jarayonida fundamental tushunchalarni mustahkamlashda samarali va universal metod sifatida baholanadi.





5. Xulosa

Dirixle prinsipi cheklangan sharoitlarda muqarrar natijaga erishish imkonini beruvchi fundamental matematik tamoyildir. U soddaligi bilan ajralib tursa-da, mazmunan chuqur va keng qo'llaniladigan nazariy asos hisoblanadi. Mazkur tadqiqotda ko'rib chiqilgan misollar shuni ko'rsatadiki, Dirixle prinsipi yordamida minimal kafolat shartlarini aniqlash, chegaralarni belgilash va mantiqiy muvozanatni asoslash mumkin.

Tahlillar natijasida prinsipning nafaqat kombinatorik masalalarda, balki umumiy mantiqiy tuzilmalarda ham samarali qo'llanilishi namoyon bo'ldi. Ayniqsa, "eng yomon holat" yondashuvi orqali kafolat tushunchasini aniqlash va muqarrarlikni isbotlash jarayoni matematik fikrlashning muhim elementi ekanligi ko'rsatildi. Bu esa Dirixle prinsipini nafaqat nazariy, balki amaliy masalalarda ham qo'llash imkonini beradi.

Shuningdek, mazkur prinsip zamonaviy diskret matematika va informatika sohalarida ham muhim o'rin egallaydi. Resurslarni taqsimlash, ma'lumotlarni kodlash, algoritmik tahlil va optimallashtirish jarayonlarida Dirixle prinsipi muhim nazariy tayanch vazifasini bajaradi. Uning universalligi va moslashuvchanligi uni turli matematik modellar va tizimlarda qo'llash imkonini beradi.

Kelgusida Dirixle prinsipining ehtimollik nazariyasi bilan bog'liqligi, zichlik teoremlari bilan o'zaro aloqasi hamda algoritmik optimallashtirishdagi roli yanada chuqurroq o'rganilishi maqsadga muvofiqdir. Bu esa prinsipning nazariy imkoniyatlarini kengaytirish bilan birga, uning amaliy qo'llanish doirasini ham boyitadi.

Umuman olganda, Dirixle prinsipi matematik tafakkurda sodda, biroq kuchli mantiqiy vosita sifatida o'z ahamiyatini saqlab qoladi va fundamental tushunchalarni shakllantirishda muhim nazariy tayanch bo'lib xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Dirichlet, P. G. L. (1842). *Über die Bestimmung der mittleren Werte in der Zahlentheorie*.
2. Cameron, P. (1994). *Combinatorics: Topics, Techniques, Algorithms*. Cambridge University Press.
3. Hall, M. (1986). *Combinatorial Theory*. Wiley-Interscience.





4. Nathanson, M. B. (2000). *Elementary Methods in Number Theory*. Springer.
5. Engel, A. (1997). *Problem-Solving Strategies*. Springer.
6. Babayev, M., Xudoyberganov, A. (2018). *Diskret matematika asoslari*. Toshkent: Universitet nashriyoti.

