



**LAGRANJ INTERPOLATSIYASINING ALGORITMIK VA MATEMATIK
TAHLILI: PYTHON KODLARI VA FLOWGORITHMLAR**

Muhammadiev Jahongirxon Mahmudxon o'g'li

Namangan davlat universiteti magistranti

Tel.: +998 93 674 43 70

Email: muhammadievjahongir1704@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada Hisoblash usullari va sonli usullar fanining asosiy mavzularidan biri bo'lgan Lagranj interpolatsiyasi usuli keng tahlil qilindi. Tadqiqot O'zbekiston Respublikasi Prezidentining raqamli iqtisodiyotni rivojlantirish, ilmiy-tadqiqot ishlarini rivojlantirish va matematik fanlarni o'qitishni takomillashtirish bo'yicha qarorlari doirasida amalga oshirilgan.

Kalit so'zlar: Lagranj interpolatsiya, ko'phad, interpolatsiya masalasi, matematik qurilishi, algoritmi va blok-sxemas, flowgorithmlar.

**АЛГОРИТМИЧЕСКИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ИНТЕРПОЛЯЦИИ ЛАГРАНЖА: КОДЫ И АЛГОРИТМЫ ПОТОКОВ НА
PYTHON**

Мухаммадиев Жахонгирхон Махмудхон углы

Магистрант Наманганского государственного университета

Tel.: +998 93 674 43 70

Email: muhammadievjahongir1704@gmail.com

Аннотация: В данной статье представлен всесторонний анализ метода интерполяции Лагранжа, одной из основных тем науки вычислительных и численных методов. Исследование проводилось в рамках постановлений Президента Республики Узбекистан о развитии цифровой экономики, развитии научных исследований и совершенствовании преподавания математических наук.

Ключевые слова: интерполяция Лагранжа, полином, задача интерполяции, математическое построение, алгоритм и блок-схема, блок-схемы.

**ALGORITHMIC AND MATHEMATICAL ANALYSIS OF LAGRANJ
INTERPOLATION: PYTHON CODES AND FLOWGORITHMS**





Muhammadiy Jahongirkhon is Mahmudkhon's son

Master's student of Namangan State University

Tel.: +998 93 674 43 70

Email: muhammadiyjahongir1704@gmail.com

Abstract: This article provides a comprehensive analysis of the Lagrange interpolation method, one of the main topics of the science of computational methods and numerical methods. The study was carried out within the framework of the resolutions of the President of the Republic of Uzbekistan on the development of the digital economy, the development of scientific research and the improvement of the teaching of mathematical sciences.

Keywords: Lagrange interpolation, polynomial, interpolation problem, mathematical construction, algorithm and block diagram, flowcharts.

KIRISH

Jahon miqyosidagi murakkab jarayonlarni va mamlakatimiz bosib o'tgan taraqqiyot natijalarini chuqur tahlil qilgan holda O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Sh.M.Mirziyoyevning 2022-2026-yillarga mo'ljallangan Yangi O'zbekistonning taraqqiyot strategiyasida "Inson qadri uchun" tamoyili asosida xalqimizning faravonligini yanada oshirish, iqtisodiyot tarmoqlarini transformatsiya qilish va tadbirkorlikni jadal rivojlantirish, inson huquqlari va manfaatlarini so'zsiz ta'minlash hamda faol fuqarolik jamiyatini shakllantirishga qaratilgan.

Ma'lumki, matematika eng qadimgi fan bo'lib, u inson hayoti jarayonida hosil bo'lgan muammolarni hal qilish orqali yuzaga kelgan. Kishilik jamiyati rivojlanib borgan sari matematika nafaqat hayotiy masalalarni, balki kengroq masalalarni, jumladan tabiat taraqqiyoti masalalarini, dunyo tuzilishi masalalarini va jamiyat rivojlanishi masalalarini hal qilishda ham qo'llanila boshlandi.

Fan va texnikaning jadal taraqqiyoti, axborot tizimlari, hisoblash texnikasining zamonaviy imkoniyatlari keng qamrovli dolzarb masalalarining qo'yilishi va ularni tezkor hal qilish talablarini qo'ymoqda. Zamon bilan hamnafas bo'lish mutaxassislardan axborot tizimlari, sonli usullar, hisoblash usullari va kompyuter imkoniyatlari bilan bog'liq nazariy ma'lumotlar, amaliy qoidalarni bilishni talab qiladi. Zamonaviy kompyuter tizimlari, ularning dasturiy ta'minoti mutaxassis va amaliyotchilar uchun keng imkoniyatlar yaratadi.





Hisoblash usullarini o'rganish zamonaviy raqamli texnologiyalar va dasturlash vositalaridan samarali foydalanish ko'nikmasini shakllantirishga xizmat qiladi. Ayniqsa, bugungi kunda sun'iy intellekt, katta ma'lumotlar tahlili, texnik modellash va simulyatsiya sohalarida hisoblash usullarining ahamiyati yanada ortib bormoqda.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODLAR

Interpolyatsiya-diskret ma'lumotlar orqali uzluksiz funksiya qurishning asosiy matematik usullaridan biri bo'lib, hisoblash usullari, sonli analiz, muhandislik va ilmiy tadqiqotlarda keng qo'llaniladi. Interpolyatsiyaning turli usullari mavjud bo'lsada, ulardan eng sodda va tushunarli usul – Lagranj interpolyatsiyasi hisoblanadi.

Lagranj interpolyatsiya usuli 18-asrda fransuz matematigi Jozef Lui Lagranj tomonidan ishlab chiqilgan bo'lib, u n ta nuqta orqali o'tuvchi daraja $(n-1)$ bo'lgan yagona interpolyatsion polinomni toppish imkonini beradi. Usulning asosiy afzalligi shundaki, u tenglamalar sistemasini yechishni talab qilmaydi va to'g'ridan-to'g'ri formula orqali ifodalash mumkin.[1],[4].

Ushbu maqolaning asosiy maqsadi Lagranj interpolyatsiya usulining nazariy asoslarini keng tahlil qilish, uning algoritmik jihatlarini o'rganish, amaliy qo'llanish imkoniyatlarini aniqlash va usulning cheklovlarini eksperimental tekshirish orqali aniqlashdan iborat.

Maqolamizning asosiy dolzarbligi interpolyatsiya usullarining zamonaviy hisoblash tizimlarida keng qo'llanishi, shuningdek, talabalarga ushbu usullarni o'rgatishda metodik yondashuvlarni takomillashtirish zaruratida namoyon bo'ladi.

O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Shavkat Mirziyoyevning 2022-yil 28-yanvardagi "Ilmiy – tadqiqot faoliyatini rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi PF-60-son Farmonida raqamli iqtisodiyotni rivojlantirish, ilmiy tadqiqotlarni rag'batlantirish va yuqori texnologiyalarni joriy etish muhim vazifa sifatida belgilab berilgan. Ushbu qonun hujjatlari doirasida hisoblash matematikasi va sonli usullarning rivojlanishi dolzarb ahamiyat kasb etmoqda.[8]

G.Y.Soliyeva va M.Y.Eshnazarovalarning "Hisoblash usullari" [6] nomli darsligida va A.Imomovning "Hisoblash usullari" nomli o'quv qo'llanmasida Lagranj interpolyatsiya ko'phadini matematik qurilishlari va algoritmlari keng joriy etilgan. [1],[2],[3].







$$l_i(x) = (-1)^{n-i} \frac{t(t-1)\dots(t-n)}{i!(n-i)!}, i = 0, 1, \dots, n; x = x_0 + th \quad (3)$$

formulani (2) dan osongina olish mumkin.

Interpolyatsiya ko'pxadi yagonaligidan,

$$L_n(f; x) = N_n(f; x).$$

$l_j(x)$, $j = 0..n$ ko'phadlar Lagranjning bazis, fundamental ko'phadlari deyiladi. Ularning asosiy xossalari quyidagilardir:

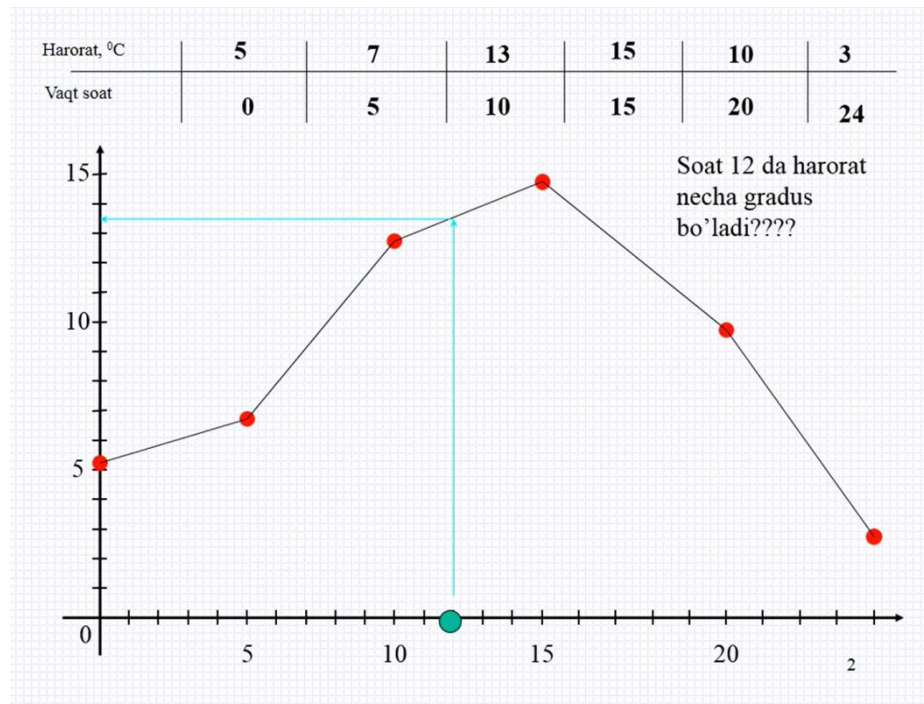
$$1) l_i(x_i) = 1, i = j; l_i(x_j) = 0, i \neq j;$$

$$2) \sum_{i=0}^n l_i(x) = 1, \forall x \in [a, b]. \text{ Bu tenglik, (3) da } f(x) = 1 \text{ desak kelib chiqadi.}$$

NATIJALAR

Matematik qurilishi:

Biz Lagranj interpolyatsiya masalasini asosan ob-havo xaroratini hisoblashda foydalanamiz.



1-rasm. Havo-harorati grafigi

$$L_n(x) = y_0 \frac{(x-x_1)\dots(x-x_n)}{(x_0-x_1)\dots(x_0-x_n)} + y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)\dots(x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)\dots(x_1-x_n)} + \dots + y_n \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)(x_n-x_1)\dots(x_n-x_{n-1})}$$



Lagranj interpolatsion formulasining umumiy ko‘rinishi

$$L_n(x) = \sum_{j=0}^n y_j \prod_{i \neq j} \frac{(x - x_i)}{(x_j - x_i)}$$

$$L_n(x) = y_0 \frac{(x-x_1) \dots (x-x_n)}{(x_0-x_1) \dots (x_0-x_n)} + y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2) \dots (x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2) \dots (x_1-x_n)} + \dots + y_n \frac{(x-x_0)(x-x_1) \dots (x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)(x_n-x_1) \dots (x_n-x_{n-1})}$$

Lagranj interpolatsiyalash ko‘phadi n=3 bo‘lganda quyidagicha yoziladi:

$$L_3(x) = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} + y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)} + y_2 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + y_3 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$$

Yechish :

N=2 bo‘lganda Lagranj interpolatsion formulasini ochib chiqamiz.

$$L_n(x) = \sum_{j=0}^n y_j \prod_{i \neq j} \frac{(x - x_i)}{(x_j - x_i)}$$

$$L_2(x) = y_0 \frac{(x-x_1)}{(x_0-x_1)} + y_1 \frac{(x-x_0)}{(x_1-x_0)} = 0 * \frac{(x-7)}{5-7} + 5 * \frac{(x-5)}{7-5} = 2.5 * (x - 5)$$

kelib chiqadi. Endi bizga kerakli bo‘lgan qiymat 12 ni qo‘yib hisoblasak

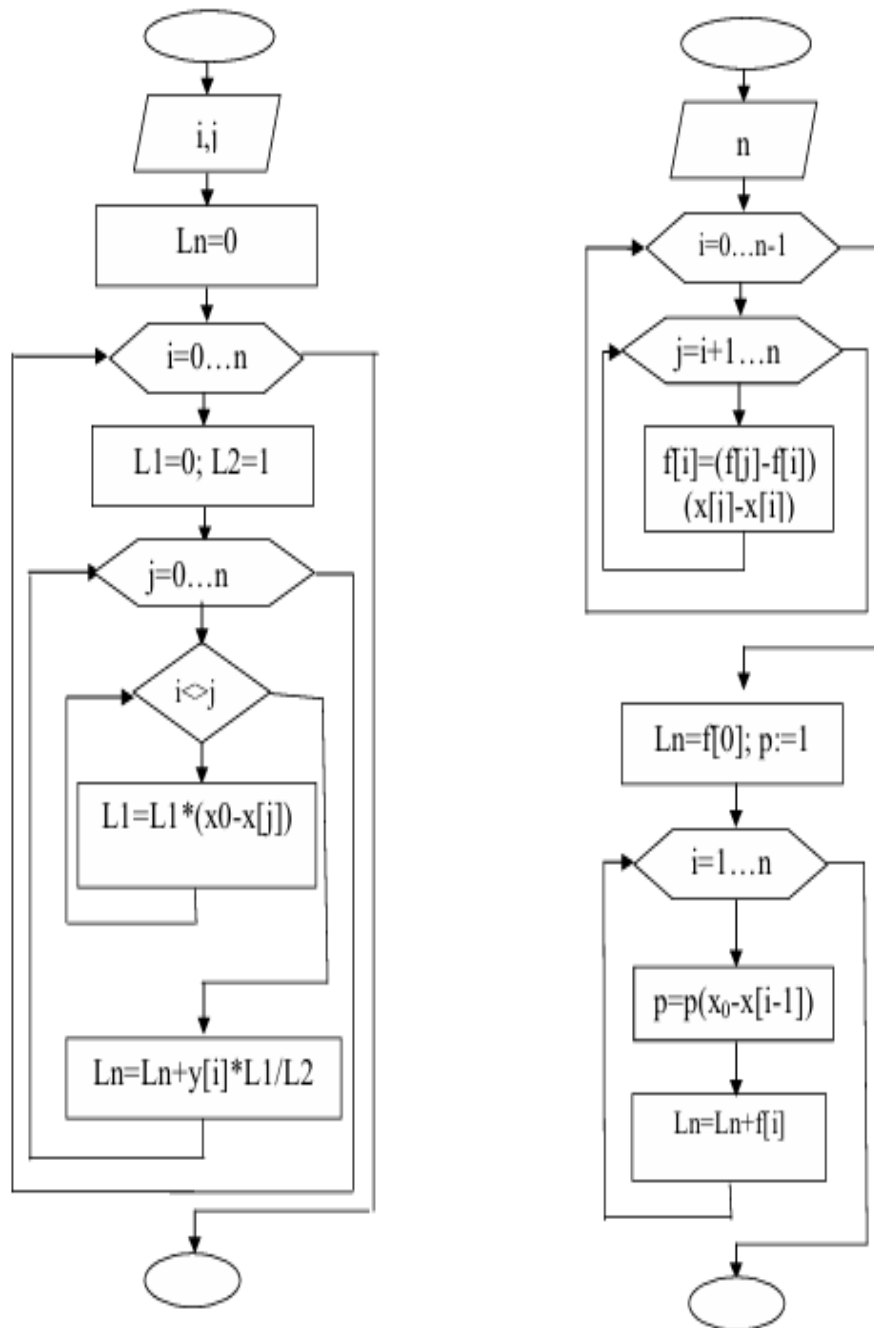
$$L_2(x) = 17.5 \text{ teng ekanligi isbotlandi.}$$

Ushbu ko‘phad yuqorida berilgan jadval uchun Lagranj interpolatsion ko‘phadi hisoblanadi.





Algoritm blok-sxemasi

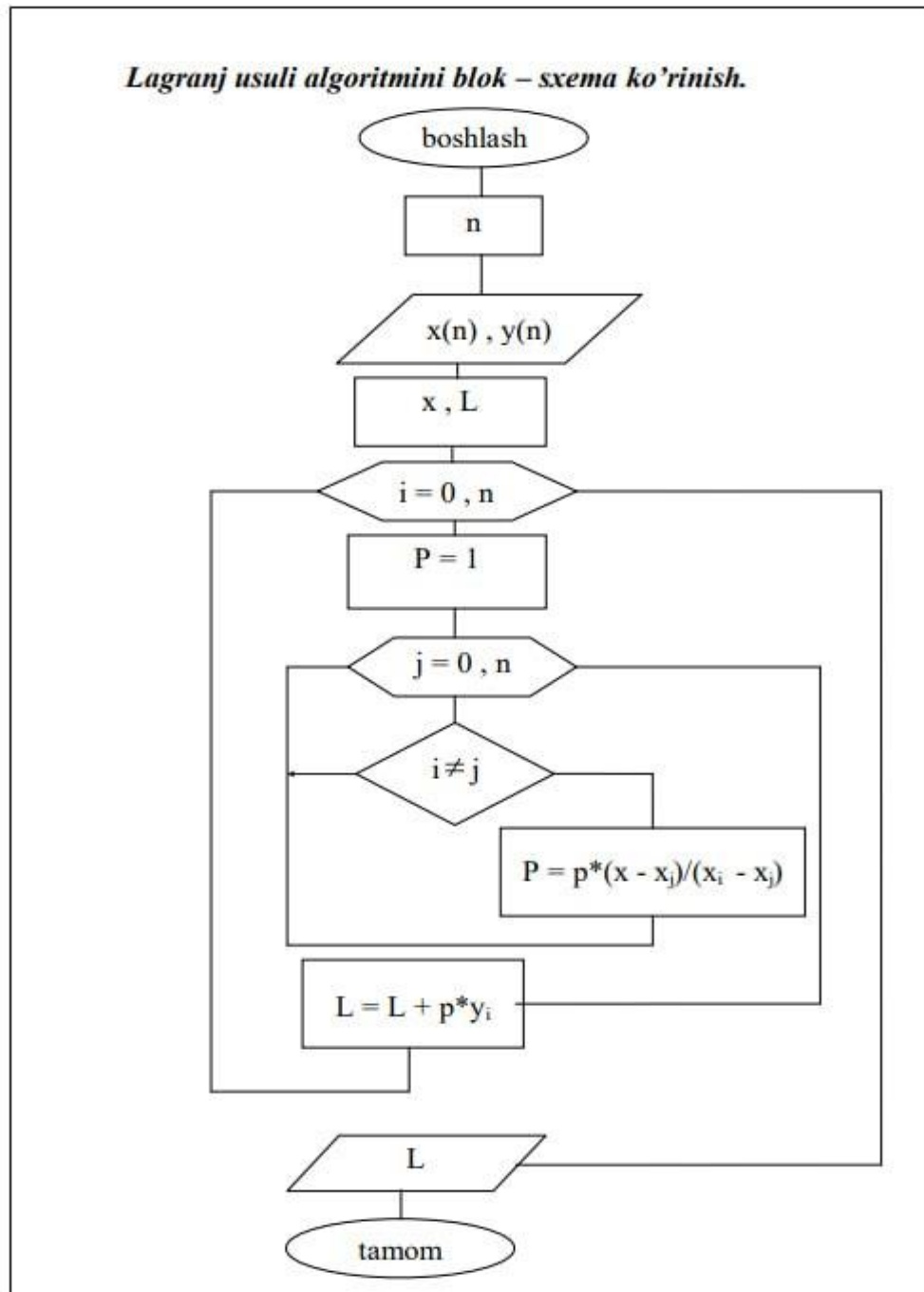


2-rasm. Lagranj interpolatsiya ko`phadini blok-sxemasi

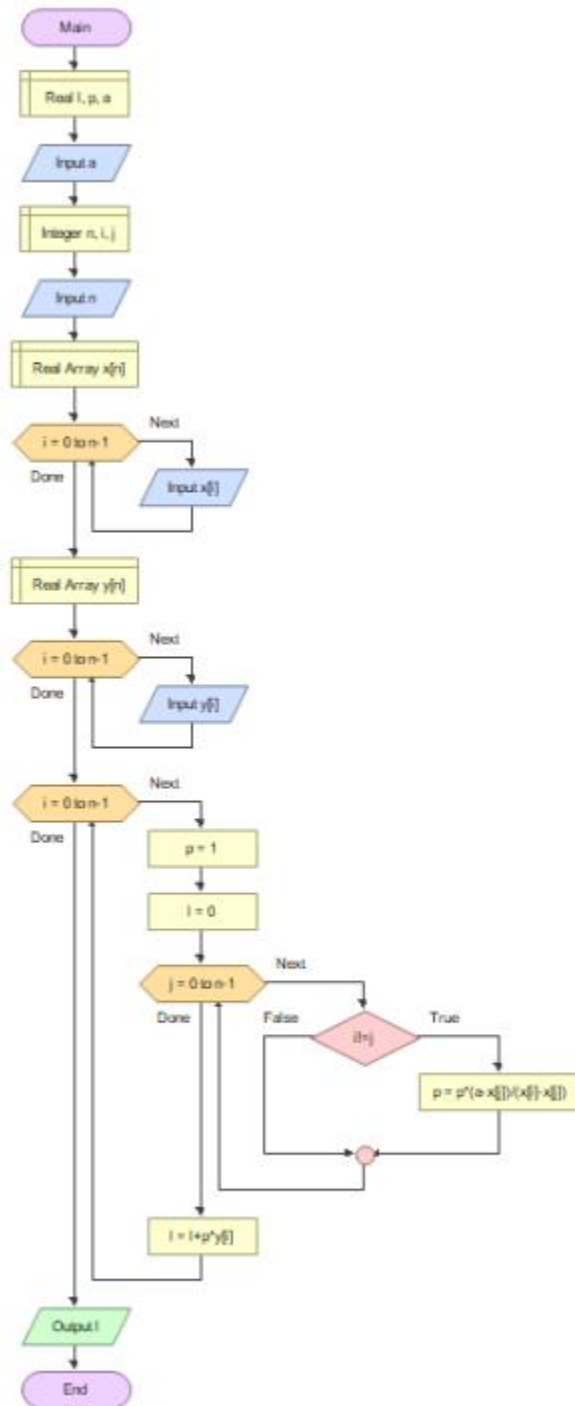
Biz yuqoridagi algoritmning blok-sxema orqali ifodalanishini yanayam sodda va tushunarli qilib oddiy va Flowgorithm dasturi orqali ifodalab berdik.



Lagranj usuli algoritmini blok – sxema ko'rinish.



3-rasm. Lagranj interpolyatsiya ko`phadini sodda blok-sxemasi



4-rasm. Lagranj interpolyatsiya ko`phadini Flowgorithm dasturidagi blok-sxemasi



Lagranj usulining dasturi

Lagranj interpolatsiya ko'phadi: $L_n(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i)l_i(x), l_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$.

MathCAD oynasida quyidagi komandalarni teramiz:

Tugun nuqtalar, funktsiya $n := 4 \quad f(t) := t * \sin(t) \quad a := 0 \quad b := 4 \quad h := (b - a) / n$

Interpolyatsiya shartlari $i := 0..n \quad x_i := a + ih \quad y_i = f(x_i)$

Qiymatlar $x := [0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4]^T \quad y = [0 \quad 0.8415 \quad 1.8186 \quad 0.4234 \quad -3.0272]^T$

Indekslarning o'zgarish sohasi $i := 0..n \quad j := 0..n$

Lagranj interpolatsiya ko'phadi(3) $Ln(t) := \sum_{i=0}^n y_i \prod_{j=0}^n \text{if}(i = j, 1, (t - x_j) / (x_i - x_j))$

Qiymatlar $Ln(2.3) = 1.689 \quad f(2.3) = 1.715 \quad Ln(1) = 0.841 \quad Ln(2) = 1.8186$

Natija dasturni to'g'riligini ko'rsatamiz.

Python dasturlash tilidagi kodi:



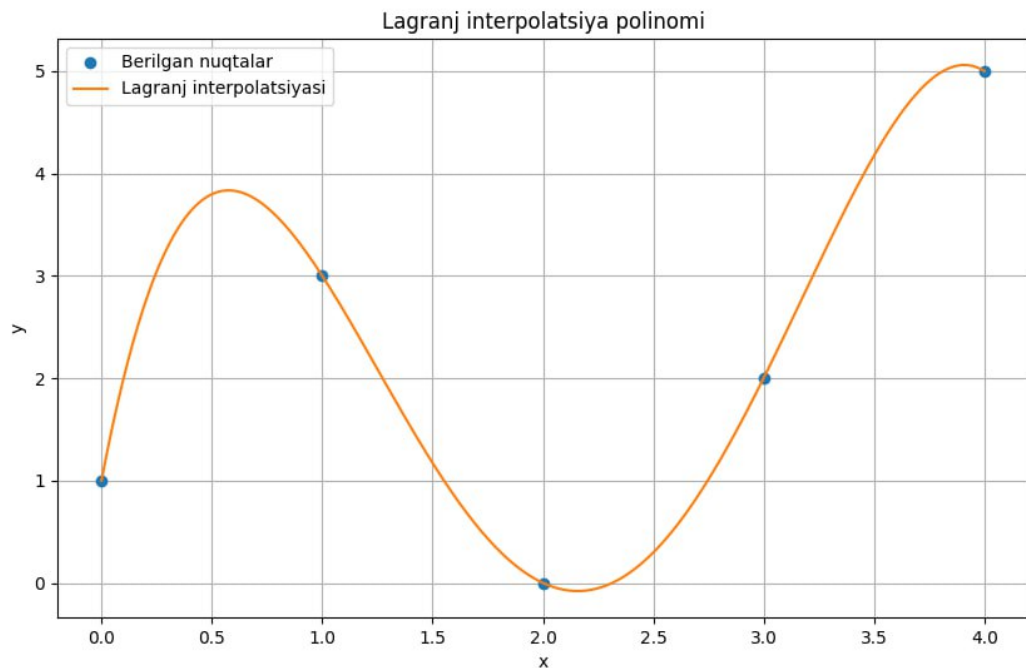


```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 def lagrange_interpolation(x_points, y_points, x): 1 usage new *
5     n = len(x_points)
6     result = 0.0
7     for i in range(n):
8         term = y_points[i]
9         for j in range(n):
10             if j != i:
11                 term *= (x - x_points[j]) / (x_points[i] - x_points[j])
12         result += term
13     return result
14
15 x_points = np.array([0, 1, 2, 3, 4])
16 y_points = np.array([1, 3, 0, 2, 5])
17
18 x_interp = np.linspace(min(x_points), max(x_points), num= 500)
19 y_interp = [lagrange_interpolation(x_points, y_points, xi) for xi in x_interp]
20
21 plt.figure(figsize=(10, 6))
22 plt.plot(*args: x_points, y_points, 'o', label='Berilgan nuqtalar')
23 plt.plot(*args: x_interp, y_interp, '-', label='Lagranj interpolatsiyasi')
24 plt.legend()
25 plt.xlabel('x')
26 plt.ylabel('y')
27 plt.title('Lagranj interpolatsiya polinomi')
28 plt.grid(True)
29 plt.show()
```

5-rasm. Python dasturlash tilidagi kodi

Dastur natijasi:





6-rasm. Natijaning grafik tasviri

MUHOKAMA VA TAKLIFLAR:

O'zbekiston va Hindiston tajribalarini solishtirganda quyidagi asosiy farqlar kuzatildi:

- Hindistonda onlayn resurslardan foydalanish imkoniyatlari kengroq bo'lib, bu talabalarni mustaqil o'rganishga yo'naltiradi.
- O'zbekistonda esa Lagranj interpolatsiyasi amaliy mashg'ulotlar orqali an'anaviy usulda tushuntiriladi, ammo dasturiy ta'minotdan foydalanish darajasi oshib bormoqda.
- Hindistonda talabalar o'quv dasturlarida interfaol simulyatsiyalar va ochiq kodli dasturlar yordamida ishlash imkoniyatiga ega bo'lishadi.
- O'zbekistonda Moodle va boshqa LMS tizimlari joriy etilgan bo'lsa-da, ularning to'liq integratsiyasi va samarali ishlatilishi bo'yicha hali ham rivojlantirish talab etiladi.

Lagranj interpolatsiyasi mavzusini samarali o'qitish uchun quyidagi takomillashtirish choralari taklif etiladi:





- O'zbekiston universitetlarida MOOC va masofaviy ta'lim platformalaridan kengroq foydalanish.
- MATLAB, Python va Octave dasturlaridan foydalangan holda talabalar uchun interfaol laboratoriya ishlarini yaratish.
- Hindiston tajribasidan kelib chiqib, talabalarni mustaqil ishlashga yo'naltirish va ochiq manbali resurslardan foydalanishni kengaytirish.
- Lagranj interpolyatsiyasi bo'yicha vizualizatsiya vositalarini (grafik interfeyslar, interaktiv chizmalash) ishlab chiqish va tatbiq etish.

Xulosa

Ushbu maqola natijalari shuni ko'rsatadiki, Lagranj interpolyatsiya usuli hisoblash va sonli usullar fanining muhim mavzularidan biri bo'lib, u interpolyatsiya usullari ishida eng sodd va tushunarli usuli hisoblanadi. Biz ushbu tadqiqot natijalarida O'zbekiston respublikasi Prezidenti Shavkat Mirziyoyevning raqamli iqtisodiyotni rivojlantirish, ilmiy-tadqiqot ishlarini rag'batlantirish va matematik fanlarni rivojlantirish bo'yicha qaror va farmonlarida belgilangan ustuvor yo'nalishlarga muvofiqdir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Isroilov M.I. Hisoblash metodlari. I, II - T.: O'kituvchi, 2003; T.: IqtisodMoliya, 2008.
2. Imomov A., Ismanova K., Irisqulov S., Olimov M. Sonli usullar va algoritmlar. Mathcad. O'quv qo'llanma. O'zR OO'MTV ning 2008 y. 28.02. № 51- sonli buyrug'i bilan tasdiqlangan. Namangan, "Namangan", 2014.-274 b.
3. Imomov A., Ergashev B.E. Differentsial va integral tenglamalarni taqribiy echish. O'quv qo'llanma. O'zR OO'MTV ning 2018 y. 25.08. №744 sonli buyrug'i bilan tasdiqlangan. Namangan, "Namangan", 2018.-120 b.
4. Imomov A. Hisoblash usullari. Algebra va analiz masalalarini taqribiy echish. Namangan, NamDU. Uslubiy qo'llanma, 2020.-120 b.
5. Imomov A. Hisoblash usullari. Amaliy ishlar. Namangan, NamDU. Uslubiy qo'llanma, 2020.-76 b.
6. Hisoblash usullari. G.Y.Soliyeva, M.Y. Eshnazarova (Darslik). - Namangan, «Mashrab» 2025. 304 b.





7. G.Y.Soliyeva “O‘zbekiston va hindiston ta’limida "hisoblash usullari" fanida lagranj interpolatsiya ko‘phadini o‘qitish metodikasi” maqola, International Journal of Science and Technology ISSN 3030-3443 Volume 2, Issue 03, March 2025.

8. O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti Shavkat Mirziyoyevning 2022-yil 28-yanvardagi “Ilmiy – tadqiqot faoliyatini rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PF-60-son Farmoni.

