



Mobil robotlarda trayektoriya optimallashtirish: Model Predictive Control yondashuvi

Toirxanov Umidillo Bahodir o'g'li

Namangan davlat universiteti,

1-bosqich magistranti, umidillotoirxanov9@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqola ikki oyoqli robotlar uchun Model Predictive Control (MPC) asosida trayektoriya generatsiyasini ko'rib chiqadi. Taklif etilgan yondashuv Og'irlik markazi (CoM) va Nol moment nuqtasi (ZMP) trayektoriylarini kuzatish xatoliklarini hamda harakat jarayonida yuzaga keladigan zarbalarni minimallashtiradi va MPC ning qat'iy yakuniy vaqtga ega bo'lgan nuqtadan-nuqtaga trayektoriya rejalashtirishda real vaqt rejimida qo'llanilishini o'rganadi.

Kalit so'zlar: Model Predictive Control (MPC), Biped robotlar, Trayektoriya generatsiyasi, CoM va ZMP, Receding-horizon boshqaruv, Real vaqt boshqaruvi

Аннотация: В данной статье рассматривается генерация траекторий для двуногих роботов на основе Model Predictive Control (MPC). Предложенный подход минимизирует ошибки отслеживания траекторий центра масс (CoM) и точки нулевого момента (ZMP), а также ударные эффекты движения, и исследует применимость MPC для планирования траекторий типа точка–точка с фиксированным конечным временем в реальном времени.

Ключевые слова: Model Predictive Control (MPC), двуногие роботы, генерация траекторий, CoM и ZMP, управление со скользящим горизонтом, управление в реальном времени

Abstract: This article addresses trajectory generation for biped robots based on Model Predictive Control (MPC). The proposed approach minimizes tracking errors of the Center of Mass (CoM) and Zero Moment Point (ZMP) trajectories as well as motion-induced shocks, and investigates the applicability of MPC to real-time point-to-point trajectory planning with a fixed final time.

Keywords: Model Predictive Control (MPC), biped robots, trajectory generation, CoM and ZMP, receding-horizon control, real-time control





1. Kirish

Mobil robotlar, g'ildirakli yoki izli kabi boshqa turdagi robotlardan farqli o'laroq, maydonda harakatlanish uchun inson yoki hayvon oyoqlariga o'xshash qurilmalarni ishlatadi. Bir nechta tadqiqotchilar robot harakati davomida ma'lum vaqtlarda talab qilinadigan boshqaruv qonunlari o'rtasida almashish texnikasidan foydalangan. Serial manipulyatorlar trayektoriyasini kuzatishda turli o'sish (gain) qiymatlari o'rtasida almashish uchun adaptiv usul ishlatilgan (Ouyang va boshq., 2006).

Lawrence va Stoughton (1987) hamda Kazerooni, Waibel, Kim (1990) tomonidan moslashuvchan harakatni boshqarish — asosan pozitsiyaga asoslangan standart kuch boshqaruvi — tavsiya qilingan. Salisbury (1980) robotning oxirgi effektor apparat qattiqligini Kartsian fazoda faol boshqarish usulini taqdim etgan. Ushbu usulda kontakt kuchini boshqarish uchun referens pozitsiya ishlatiladi va hech qanday kuch referens nuqtalari ishlatilmaydi. Khalilning usuli (Khalil va boshq., 1983) esa, taklif etilgan afzalliklari tufayli, ushbu usullar orasida ajralib turadi.

Birinchisi, robotning geometrik xususiyatlari qiymatlaridan qat'i nazar, kinematika teskari muammolarini yechishga imkon beradi. Bu usul olti darajali harakatlanish imkoniga ega bo'lgan robotlar uchun mo'ljallangan bo'lib, ular bir vaqtning o'zida uchta burilish kinematik bog'lanishiga ega bo'lgan yoki uchta translatsion kinematik bog'lanishga ega bo'lgan robotlar uchun qo'llaniladi.

Moslashuvchanligi va teskari kinematika muammosini yechish imkoniyati tufayli, uchta burilish bog'lanishi va bir-biriga mos keluvchi o'qlar bilan ishlaydigan ushbu "ajratilgan" (decoupled) tuzilma bozoridagi ko'plab robot modellarda uchraydi. Uchta o'q kesishish nuqtasining pozitsiyasi faqat q_1 , q_2 , q_3 o'zgaruvchilari orqali noyob aniqlanadi. Ajratilgan tuzilmaning yana bir afzalligi shundaki, u pozitsiya va orientatsiyani ajratib, alohida boshqarishga imkon beradi. Paulning usuli hamda Lee va Elgazaarning usullari har bir holatni alohida ko'rib chiqadi, umumlashtirishlarsiz.

Moustris va Tzafestas (2010) mobil robotning harakatini boshqarish uchun referens trayektoriyadan boshqa trayektoriyaga o'tish jarayonida nazorat siklidan tashqarida fuzzy switch (noaniq almashish) usulidan foydalangan. Nicolás va Sagüés (2008) esa mobil robot tomonidan olingan turli tasvirlar o'rtasida almashish orqali





uning maqsadga bo'lgan trayektoriyasini hisoblashni ta'minlaydigan epipolyar geometriya asosidagi switching control usulini taklif qilgan.

Ushbu almashish texnikalari va boshqa ko'plab usullar asosan referens qiymatlar o'rtasida boshqaruvni amalga oshirish uchun ishlatilgan (Vladareanu V. va boshq., 2013, 2014) yoki ma'lum bir boshqaruv qonuni uchun doimiy qiymatlar o'rtasida (Wang H.B. va boshq., 2015; Sandru O.I. va boshq., 2013).

Ko'plab robototexnika muammolarida ma'lum vaqtda robotning belgilangan holatiga erishish talab etiladi. Bu esa, butun trayektoriyada istalgan holat vaqt funksiyasi sifatida berilganda, referens signalini kuzatish muammosiga olib keladi (Pop & Vladareanu va boshq., 2018). Agar istalgan holat vaqtda uzilishli bo'lsa, nuqtalar orasida bashorat qilish talab etiladi, ya'ni robotni boshlang'ich holatdan keyingi holatga uzluksiz o'tkazish kerak bo'ladi, va robot harakati belgilangan cheklovlarga javob berishi lozim. Ushbu xulq-atvor obyektiv funksiya orqali ifodalanadi.

Ushbu muammoni hal qilish uchun Model Predictive Control (MPC) taklif etiladi. Bu model tizimning xatti-harakatini bashorat qilish uchun mo'ljallangan bo'lib, bashorat qilingan kuzatuv xatoliklarini minimallashtirish va boshqaruv signallari hamda holat o'zgaruvchilaridagi cheklovlarni belgilangan vaqt ufqi ichida bajarish uchun boshqaruv xarajatlarini optimallashtiradi.

Har bir vaqt namunasi uchun minimallashtirish muammosi yechilgach, optimal boshqaruv signallari ketma-ketligi hosil qilinadi. Ushbu ketma-ketlikning birinchi elementi tizimga qo'llaniladi. Keyin, o'lchovlar yangilangan holda va ufq siljigan holda, muammo keyingi vaqt namunasi uchun qayta yechiladi.

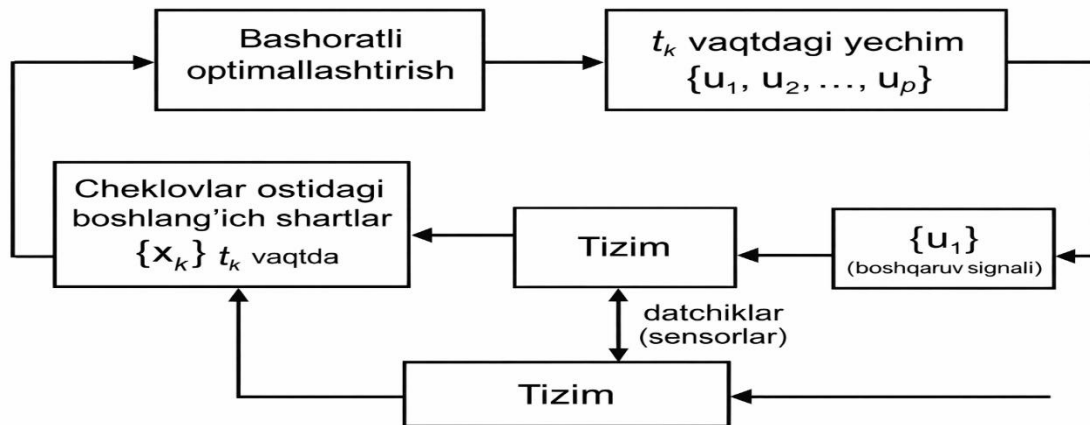
Ushbu MPC formulatsiyasida bashorat ufqi davomida komandalar ketma-ketligini aniqlash uchun quyidagi xarajat funksiyasi minimallashtiriladi. Trayektoriya generatori holat cheklovlariga ($(x(t))$) javob beradigan harakat ($(u(x,t))$)ni aniqlay olishi, xarajat funksiyasini ($(F(x))$) minimallashtirishi yoki har ikkalasini bajaradi, boshlang'ich holat cheklovlariga ($(x(t_0))$) va bashoratli harakat modeliga (x, u, t) bo'ysunib.

Buning uchun obyektiv funksiya, tizim modeli (harakatning differensial tenglamasi), holat cheklovlari va vaqt ufqi talab qilinadi. Bizning maqsadimiz MPC dan nuqtadan-nuqtaga trayektoriya generatsiyasi muammosi sifatida foydalanish va referens signalini (istalgan trayektoriyani) kuzatishdir. 1.1 va 1.2-rasmlar MPC ning asosiy prinsipini tasvirlaydi.



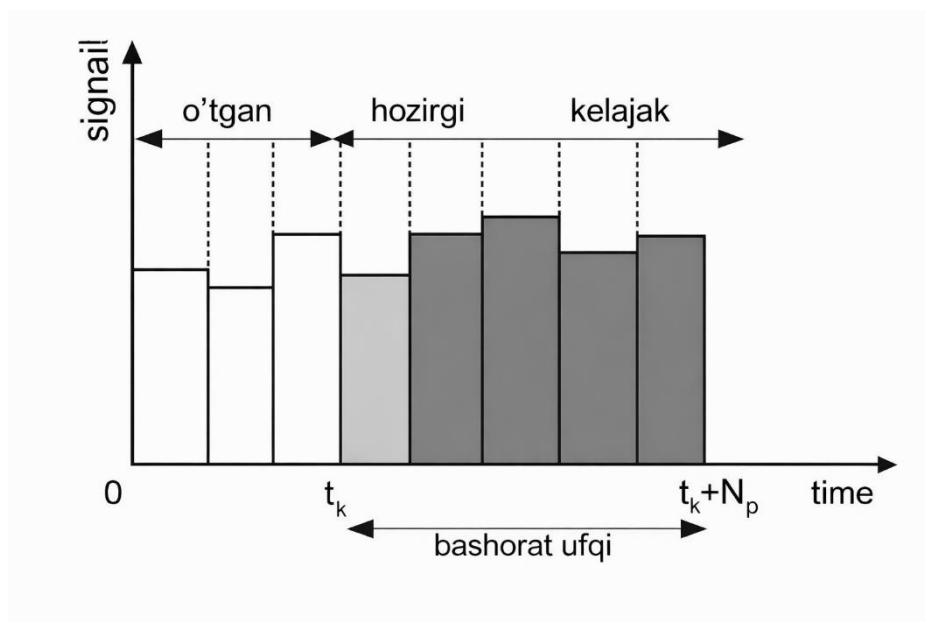


Buning uchun maqsad funktsiyasi, tizim modeli (harakatning differensial tenglamasi), holat cheklovlari va vaqt gorizonti talab qilinadi. Bizning maqsadimiz MPCni nuqtadan nuqtaga traektoriya yaratish muammosi sifatida ishlatish va referens signalni (istalgan traektoriyani) kuzatishdir. 1.1 va 1.2-rasmlar MPCning asosiy



printsipini ko'rsatadi.

1.1-rasm. Model Predictive Control (MPC) printsipi – blok-sxema



1.2-
Model
Control
printsipi

rasm.
Predictive
(MPC)



2. MPCning matematik formulasi

Berilgan vaqtdagi ma'lumotlar (o'lchovlar) dan boshlab, kontrolyor tizimning dinamik xatti-harakatlarini bashorat qilish gorizonti ($T_p = N_p \times T_s$) da bashorat qiladi, bu yerda (N_p) — oldindan hisoblangan optimal kirishlar soni ($U = \{u_1, \dots, u_{N_p}\}$), (T_s) esa boshqaruv namunasi vaqti. Tizimga faqat birinchi kirish (u_1) kiritiladi, keyingi namunaviy davrda o'lchovlar takrorlanadi. Agar buzilishlar (disturbances) bo'lsa, butun jarayon takrorlanadi (bu holat tez-tez uchraydi).

Dinamik tizimni tasvirlovchi quyidagi chiziqli bo'lmagan differensial tenglamalar tizimini olaylik:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \quad x(0) = x_0 \quad 2.1$$

Quyidagi cheklovlarga bo'ysunib:

$$\begin{aligned} x(t) &\in X, \quad \forall t \geq 0 \\ u(t) &\in U, \quad \forall t \geq 0 \end{aligned} \quad 2.2$$

Bu yerda $x(t) \in R^n$ va $u(t) \in R^m$ mos ravishda holat va kirish vektorlarini bildiradi, hamda $U = u \in R^m | u_{min} \leq u \leq u_{max}$ — kirish cheklovlari to'plami va $X = x \in R^n | x_{min} \leq x \leq x_{max}$ — holat vektori cheklovlari to'plami bo'lib, bu yerda u_{min} , u_{max} , x_{min} va x_{max} doimiy vektorlardir.

Tizimga qo'llaniladigan optimal boshqaruv kirishi har bir namuna olish lahzasida chekli vaqt ufqiga ega optimal boshqaruv masalasini yechish orqali aniqlanadi:

$$\hat{u}(\cdot) = \min_{(u(\cdot))} J(x(t), u(\cdot)) \quad 2.3$$

Quyidagi cheklovlar ostida:

$$\begin{aligned} \hat{u}(\tau) &\in U, \quad \forall \tau \in [t, t + T_p], \\ x(\tau) &\in X, \quad \forall \tau \in [t, t + T_p] \end{aligned} \quad 2.4$$

Namuna olish asosidagi boshqaruv sababli qo'shimcha cheklov bilan:

$$\hat{u}_k(\tau) = \hat{u}(t + (k + 1)T_c), \quad \forall \tau \in [t + kT_c, t + (k + 1)T_c],$$

bu yerda $\forall k \in 0, \dots, N_p - 1$.

2.5

Ketma-ket (sequential) holat uchun, $\hat{u}_k: [t_0, t + T_p] \rightarrow U$ joriy vaqt t_0 dan $t + T_p$ gacha bo'lgan boshqaruv ketma-ketligini ifodalaydi. Shundan so'ng MPC optimal





boshqaruv ketma-ketligini topish uchun maqsad funksiyasi J ni minimallashtirish orqali aniqlanadi:

$$\hat{u}_k^* = \min J(x_k(t), \hat{u}_k(\cdot)) = \int(t)^{(t+T_p)} F(x_k(\tau), \hat{u}_k(\tau)) d\tau \approx g$$

2.6

3. Model Predictive Control uchun chiziqli–kvadratik optimal boshqaruv

Biz chekli **N-qadamli ufq** uchun kvadratik xarajat (cost) funksiyasini aniqlaymiz:

$$J_0(X_0, \Delta U_0) = X_N^T P X_N + \sum_{k=0}^{N-1} (X_k - X_k^d)^T Q (X_k - X_k^d) + \Delta U_k^T R \Delta U_k$$

3.1

Optimal boshqaruv masalasi quyidagicha aniqlanadi:

$$J_0^*(X(0)) = \min_{(U_0)} J_0(X(0), \Delta U_0)$$

$$X_{(k+1)} = A X_k + B \Delta U_k, k = 0, 1, \dots, N - 1$$

$$X_0 = X(0) \quad 3.2$$

Masala (3.8) dinamik dasturlash yordamida global yoki rekursiv tarzda yechilishi mumkin. Garchi masala chiziqli bo'lsa-da, ikkinchi yondashuvni tanlash uchun ikki sabab mavjud. Birinchi sabab — birinchi yondashuvda ish hajmi katta bo'lib, hisoblash murakkabligi yuqoriroq. Ikkinchi sabab esa trayektoriyani kuzatish masalasida tizim modeldagi kutilmagan buzilishlarga duch kelishi mumkin. Shu sababli, qayta aloqa qonuni aniqroq hisoblanadi, chunki har bir vaqt qadamida kuzatilgan holat $X(k)$, $t = 0$ dagi bashorat qilingan holat X_k o'rniga, boshqaruv ta'sirini aniqlash uchun ishlatiladi.

4. MPC va LQR o'rtasidagi farq

Bashoratli boshqaruv (Predictive Control) masalasi uzluksiz yoki diskret vaqtli dinamik tizimlar uchun kelajak trayektoriyasini modellashtirish masalasi sifatida ifodalanadi va har ikki holatda ham o'xshash tarzda yechiladi. Yetarlicha uzun bashorat ufqi tanlanganda, ushbu masalalar klassik chiziqli–kvadratik regulyator (LQR) bilan chambarchas bog'liq bo'ladi. Bashoratli boshqaruv va LQR o'rtasidagi asosiy farq shundaki, bashoratli boshqaruvda optimallashtirish masalasi harakatlanuvchi (siljiydigan) vaqt ufqi yordamida yechiladi, LQR holatida esa ayni masala qat'iy (o'zgarmas) vaqt ufqi asosida yechiladi. Harakatlanuvchi vaqt ufqidan foydalanishning asosiy ustunligi — real vaqt rejimida optimallashtirishni amalga oshirish imkoniyati hamda tizimning ayrim o'zgaruvchilariga cheklovlar qo'yish imkoniyatidir.





Klassik bashoratli boshqaruvda uchraydigan mashhur muammolardan biri — bashorat ufqi juda katta bo'lganda yuzaga keladigan sonli beqarorlik muammosidir. Buning sababi, qo'llaniladigan model integrallash jarayonini o'z ichiga olgan bo'lishidir. Ushbu kamchilikni bartaraf etish uchun boshqaruv algoritmi asimptotik barqaror bo'lishi talab etiladi.

5. Xulosa

Boshqaruv texnologiyalari va dasturiy ta'minotning rivojlanishi ilg'or boshqaruv algoritmlarini amalga oshirish uchun keng imkoniyatlar yaratmoqda. Model Predictive Control (MPC) sanoat jarayonlarida qo'llaniladigan eng mashhur ilg'or boshqaruv usullaridan biri bo'lib, u turli xil boshqaruv cheklovlarini hisobga olish imkoniyatiga ega hamda jarayonni boshqarish tuzilmasining turli darajalarida qo'llanishi mumkin.

Mazkur maqolada MPC usuli istalgan va haqiqiy CoM hamda ZMP trayektoriyalari orasidagi xatolikni minimallashtirish, shuningdek CoM va ZMP harakatlarida yuzaga keladigan zarbani (shock) bartaraf etish maqsadida qo'llanildi.

Foydalanilga adabiyotlar

- [1] T. R. Khalil va D. A. Levinson, "Robototexnikada Kane'ning dinamik tenglamalaridan foydalanish," *International Journal of Robotic Research*, no. 2, 1983.
- [2] G. López-Nicolás, C. Sagüés va boshqalar, "Mobil robotlar uchun epipollar asosidagi vizual boshqaruvni almashtirish," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 56, no. 7, pp. 592–603, 2008, doi:10.1016/j.robot.2007.10.005.
- [3] G. Moustris and S. G. Tzafestas, "Switching fuzzy tracking control for mobile robots under curvature constraints," *Control Engineering Practice*, vol. 19, no. 1, pp. 45–53, 2010, doi:10.1016/j.conengprac.2010.08.008.
- [4] P. R. Ouyang, W. J. Zhang, and M. M. Gupta, "An adaptive switching learning control method for trajectory tracking robot manipulators," *Mechatronics*, vol. 16, no. 1, pp. 51–61, 2006, doi:10.1016/j.mechatronics.2005.08.002.
- [5] N. Pop, L. Vladareanu, H. Wang, M. Ungureanu, M. Migdalovici, V. Vladareanu, Y. Feng, M. Lin, E. P. Mastan, and I. El Emary, "The walking robot equilibrium recovery applied on the NAO robot," in *Emerging Technologies for Health and Medicine: Virtual Reality, Augmented Reality, Artificial Intelligence, Internet of Things, Robotics, Industry 4.0*, Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2018, pp. 179–189.





- [6] O. Şandru, L. Vlădăreanu, P. Şchiopu, V. Vlădăreanu, and A. Şandru, “Multidimensional extenics theory,” *UPB Scientific Bulletin, Series A*, vol. 75, no. 1, pp. 3–12, 2013.
- [7] V. Vladareanu, P. Schiopu, S. Cang, H. Yu, and M. Deng, “Enhanced extenics controller for real time control of rescue robot actuators,” in *Proceedings of the UKACC International Conference on Control (CONTROL)*, Loughborough, UK, 2014, pp. 725–730.
- [8] V. Vladareanu, M. Deng, and P. Schiopu, “Robots extension control using fuzzy smoothing,” in *Proceedings of the 2013 International Conference on Advanced Mechatronic Systems*, Luoyang, China, 2013, pp. 511–516.
- [9] H. Wang, D. Zhang, H. Lu, Y. Feng, P. Xu, M. R. Viorel, and L. Vladareanu, “Active training research of a lower limb rehabilitation robot based on constrained trajectory,” in *Proceedings of the 2015 International Conference on Advanced Mechatronic Systems*, Beijing, China, 2015, pp. 24–29.

